

Matematični dosežki slovenske starejše populacije v raziskavi TIMSS 2003

Dr. Amalija Žakelj, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Slovenija
amalija.zakelj@zrss.si

UVOD

V 60-tih letih je bila organizirana mednarodna organizacija za raziskovanje dosežkov v izobraževanju IEA z namenom združevati države, ki želijo med seboj primerjati dosežke njihovih izobraževalnih sistemov in odkrivati dejavnike, ki vplivajo na razlike v dosežkih. Cilji teh raziskav so: mednarodna primerjava dosežkov učencev z namenom spoznati več o okoliščinah in dejavnikih, ki vplivajo na uspešno pridobivanje znanja, določiti dejavnike na katere je v šolskem sistemu moč vplivati ter tudi primerljivost z drugimi državami (Šetinc in at., 1997). Najbolj ključno pri teh raziskavah je, da države želijo izvedeti čim več o tem, kaj je možno storiti za izboljšanje razumevanja matematičnih pojmov pri učencih, kako povečati sposobnost za reševanje problemov in vplivati na spremembo stališč do učenja. Zato je glavni cilj določiti dejavnike povezane s pridobivanjem znanja, na katere je v šolskem sistemu moč vplivati, na primer s spreminjanjem poudarkov v učnem načrtu, s spreminjanjem pristopov k poučevanju.

Seveda pa je pri interpretaciji rezultatov potrebno upoštevati, da je uspešnost učencev na mednarodnih raziskavah odvisna od mnogih dejavnikov: na eni strani seveda od tradicije in kulture učenje in poučevanja, ki veljata v nekem okolju, učnega načrta, dinamike obravnave, didaktike poučevanja, izkušenj učencev, učbenikov, do izvedbe raziskave (vzorčenje, prevodi nalog, izvedba testiranja ipd.). Pri analizi in interpretaciji rezultatov mednarodne raziskave TIMSS 2003 za področje matematike, smo želeli v čim večji možni meri te dejavnike tudi upoštevati in v kontekstu kot je bila raziskava narejena, interpretirati rezultate. V tem delu natančneje predstavljamo analizo dosežkov slovenskih učencev starejše populacije, ki so bili vključeni v mednarodno raziskavo matematike in naravoslovja TIMSS 2003. Še posebej nas je zanimala:

- usklajenost nalog/znanj na mednarodni raziskavi TIMSS 2003 s cilji/vsebinami v UN;
- uspešnost slovenskih učencev pri mejnikih znanj;
- uspešnost slovenskih učencev pri različnih matematičnih področjih;
- uspešnost slovenskih učencev pri kognitivnih področjih.

UGOTIVITVE IN INTERPRETACIJA REZULTATOV

Uvrstitve slovenskih učencev na mednarodnih raziskavah TIMSS

Slovenija je bila vključena v mednarodno raziskavo TIMSS v vseh raziskavah od leta 1995. V letu 1995 in 2003 z mlajšo in starejšo populacijo, leta 1999 pa le s starejšo populacijo osmega razreda. Tabela 1 prikazuje, katere populacije slovenskih učencev so bile vključene v raziskavo TIMSS v letih 1995, 1999 in 2003, kako so se učenci uvrstili na mednarodnih lestvicah dosežkov ter število doseženih točk. Iz povprečja doseženih točk v posamezni raziskavi, raziskovalci ugotavljajo trende matematičnega znanja.

Tabela 1: Vključenost, uvrstitev ter dosežene točke slovenskih učencev v raziskavah TIMSS 1995, 1999 in 2003.

1995		1999	2003	
3. razred 462 točk	7. mesto od 24 držav		3. r. osem	479 točk ↑
4. razred	10. mesto od 26 držav		4. r. devet	473 točk
7. razred 494 točk	16. mesto od 39 držav		7. r. osem., "8. r. devetletke"	25. mesto od 50 držav in šolskih sistemov (dosežka) 493 točk
8. razred	7. mesto od 41 držav 531 točke	11. mesto od 38 držav 530 točk	"9. razred devetletke" (le na nacionalnem nivoju)	12. mesto od 50 držav in šolskih sistemov 510 točk

VIR: B. Japelj Pavešič, B. N. Brečko, M. Čuček, M. Vidmar (2004). TIMSS 2003 – Mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Povzetek izsledkov. Ljubljana: Pedagoški inštitut.

V letu 2003 lahko opazujemo trende mlajše populacije glede na leto 1995. Tretješolci osemletne osnovne šole, kot četrtošolci devetletne osnovne šole, zajeti v raziskavi TIMSS 2003, so pokazali boljše znanje kot enako stari otroci, zajeti v raziskavo TIMSS 1995. Učenci tretjega razreda osemletne osnovne šole so tudi statistično pomembno napredovali glede na leto 1995. Pri starejši populaciji lahko opazujemo trende med letom 1995 in letom 2003 v sedmem razredu. Med njima ni bilo razlik. Primerjati trende uspešnosti učencev osmega razreda leta 2003 z leti 1995 in letom 1999 pa ni mogoče, saj je bil leta 2003 v raziskavo zajet le manjši vzorec šol »devetega razreda devetletke« in je bila za ta razred raziskava narejena le za nacionalne potrebe. To je bila generacija otrok, ki je naredila prehod iz osemletne osnovne šole v devetletno osnovno šolo in je bila tretje leto v prilagojenem programu prehoda med osemletko in devetletko. V prehodnem obdobju od šol. leta 1999/2000 do šol. leta 2002/03 so učenci, ki so bili zajeti v raziskavo TIMSS, delali po prilagojenem učnem načrtu matematike, ki upošteva prehod iz programa 5. razreda osemletne OŠ v program 7. razreda devetletne OŠ. Prehodno obdobje bo za večino šol (frontalnega uvajanja novega programa) trajalo do šol. leta 2008/09.

Vzorec za TIMSS 2003

Vzorec mlajše populacije je zajemal 80% učencev tretjega razreda osemletne osnovne šole in le 20% učencev 4. razreda devetletne osnovne šole. Potrebno je poudariti tudi, da so bili v mlajši populaciji četrtošolci devetletke prva generacija otrok, ki se je vpisala v 1. razred devetletne šole. V vzorec starejše populacije so bili vključeni učenci sedmega razreda osemletne osnovne šole (3274 učencev ali 84 % vzorca) in učenci »osmega razreda devetletne« osnovne šole (605 učencev ali 16 % vzorca). Eni in drugi so bili v šoli sedmo leto, kar je eno leto manj kot učenci ostalih v raziskavo vključenih držav. Po tej plati torej ne zadoščajo osnovnemu kriteriju raziskave TIMSS, po katerem naj bi preverjali učence na koncu četrtega in na koncu osmega leta šolanja (Mullis et al., 2004). Pri interpretaciji rezultatov glede mednarodne primerljivosti je potrebno upoštevati, da so bili slovenski učenci med mlajšimi in da so imeli leto manj šolanja. Učenci iz »osmega razreda devetletne« osnovne šole so prešli iz 5. razreda osemletke v »7. razred devetletke« in tako ni bilo možno v celoti izvajati programa devetletne osnovne šole (»8. razred devetletke« se je izobraževal po prilagojenem programu). Ker torej ne gre za učence, ki bi bili »devetletkarji« v pravem pomenu besede, bomo to nazorno izpostavili tako, da bomo v zapisu postavili narekovaje.

Tabela 2 prikazuje vzorec za Slovenijo v raziskavi TIMSS 2003.

Tabela 2: Vzorec za Slovenijo v raziskavi TIMSS 2003

mlajša populacija	starejša populacija
<u>3. razred osemletke</u> (80% vzorca ali 2705 učencev) <u>4. razred devetletke</u> (20% vzorca ali 705 učencev)	<u>7. razred osemletke</u> (84% vzorca ali 3274 učencev) <u>8. razred devetletke</u> (16% vzorca ali 609 učencev) <u>9. razred devetletke</u> 502 učencev (za nacionalne potrebe)
<u>3. razred osemletke</u> 2705 učencev od 18000 učencev ali 15% populacije, ki je bila v osemletki <u>4. razred devetletke:</u> 705 učencev od 1481 učencev ali 48% populacije, ki je bila v devetletki	<u>7. razred osemletke</u> 3274 učencev od 21000 ali 15% od populacije, ki je bila v osemletki "8. razred devetletke" (609 učencev od 1234 ali 48,9% populacije, ki je bila v »devetletki«) (prehod iz 5. r. osem. v 7.r devet., "prilagojeni učni načrt") oboji sedmo leto v izobraževanju <u>9. razred devetletke</u> (502 uč. od 895 učencev ali 56 % populacije, ki je bila v »devetletki«

VIR: B. Japelj Pavešič, B. N. Brečko, M. Čuček, M. Vidmar (2004). TIMSS 2003 – Mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Povzetek izsledkov. Ljubljana: Pedagoški inštitut.

Rezultati

Matematične dosežke in uvrstitev posameznih držav na mednarodni lestvici, leto šolanja, starost in povprečni dosežek posamezne države, prikazuje tabela 3. Slovenski učenci starejše populacije so se uvrstili za Novo Zelandijo in tik pred Italijo. Mednarodno povprečni dosežek je bil 467 točk. Iz tabele se lepo vidi, da so bili slovenski učenci med najmlajšimi in so imeli skupaj z Norvežani eno leto manj šolanja.

Tabela 3: Matematični dosežki TIMSS 2003 – starejša populacija

država	leto šolanja	pov. starost	pov. dosežek
Singapur	8	14,3	605
Hong Kong	8	14,6	589
JužnaKoreja	8	14,4	586
Tajvan	8	14,2	585
Japonska	8	14,4	570
Belgija	8	14,1	537
Nizozemska	8	14,3	536
Estonija	8	15,2	531
Madžarska	8	14,5	529
Malezija	8	14,3	508
Latvija	8	15,0	508
Ruska federacija	7 ali 8	14,2	508
Slovaška	8	14,3	508
Avstralija	8 ali 9	14,3	505
ZDA	8	14,2	504
Litva	8	14,9	502

Švedska	8	14,9	499
Škotska	8	13,7	498
Izrael	8	14,0	496
Nova Zelandija	8,5 – 9,5	14,1	494
Slovenija	7	13,8	493
Italija	8	13,9	484
Armenija	8	14,9	478
Srbija	8	14,9	477
Bolgarija	8	14,9	476
Romunija	8	15,00	475
Mednarodno povprečje	8	14,5	467
Norveška	8	13,6	461
Moldavija	8	14,9	460
Ciper	8	13,6	459
Makedonija	8	14,6	435
Libanon	8	14,6	433
Jordanija	8	13,9	424
Iran	8	14,4	411
Indonezija	8	14,5	411
Tunizija	8	14,8	410
Egipt	8	14,4	406
Bahrain	8	14,1	401
Palestina	8	14,1	390
Čile	8	14,2	387
Maroko	8	15,2	387
Filipini	8	14,8	378
Bocvama	8	15,1	366
Saudska Arabija	8	14,1	332
Gana	8	15,5	276
Južna Afrika	8	15,1	264
Anglija	9	14,3	498
Sodelujoči šolski sistemi			
Baskija (Španija)	8	14,1	487
Indiana (ZDA9)	8	14,5	508
Ontario (Kanada)	8	13,8	521
Quebec (Kanada)	8	14,2	543

VIR: B. Japelj Pavešič, B. N. Brečko, M. Čuček, M. Vidmar (2004). TIMSS 2003 – Mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Povzetek izsledkov. Ljubljana: Pedagoški inštitut.

Z letom manj šolanja kot učenci ostalih držav, so bili slovenski učenci starejše populacije na mednarodni raziskavi TIMSS 2003 na 25. mestu od 50 držav in šolskih sistemov. Dosežki so statistično pomembno višji od mednarodnega povprečja. Če pa bi upoštevali 9. razred, ki je po letih šolanja primerljiv z ostalimi državami (raziskava za ta razred je bila narejena le za nacionalne potrebe), pa bi se uvrstili na 12. mesto (od 50 držav in šolskih sistemov). Učenci »devetega razreda« bi se po deležu učencev, ki dosegajo najvišji mejnik znanja, v mednarodni primerjavi uvrstili na 8. mesto, za državami Daljnega vzhoda, Estonijo in Madžarsko (Japelj B., 2003).

Prav zaradi leta manj šolanja je potrebno upoštevati, da v času testiranja slovenski učenci starejše populacije še niso obravnavali vsebin iz približno 13 % nalog. Te vsebine se obravnavajo v zaključnem razredu in sicer: geometrija (lega in prostorski odnosi, podobnost), algebra: algebraini izrazi (6 nalog), podatki: negotovost in verjetnost (3 naloge). Induktivni pristop reševanja problemov, interpretacija podatkov, reševanja kompleksnih nalog, verjetnost, so vsebine, ki so vključene v učni načrt matematike za devetletno osnovno šolo, večina testiranih učencev pa je obiskovala osemletno osnovno šolo. Pri interpretaciji rezultatov pa je potrebno upoštevati tudi, da uspeha učencev pri obravnavani raziskavi ne moremo gledati le v kontekstu usklajenosti z učnim načrtom oz. formalne realizacije vsebin pri pouku, temveč se je potrebno zavedati, da na uspeh vplivajo tudi različne izkušnje pri isti vsebini, soočanje z različnimi problemskimi situacijami, torej čas v izobraževanju. Manjše število let šolanja pomeni tudi manj izkušenj, manj utrjevanja, manj priložnosti za izgrajevanje znanja, čeprav so se učenci z vsebino formalno srečali že v predhodnih razredih.

Uspešnost slovenskih učencev pri matematičnih področjih

Za samo učno prakso je seveda pomembno vedeti, pri katerih vsebinah so bili naši učenci bolj ali manj uspešni. Pri analizi dosežkov smo želeli izvedeti čim več o naslednjih področjih:

- katera matematična znanja in pojme učenci obvladajo;
- kako so sposobni svoje znanje uporabiti za reševanje problemskih situacij;
- ali so sposobni rezultate in ugotovitve obrazložiti;
- koliko poleg matematičnega znanja obvladajo tudi druge veščine kot so: raziskovanje, uporabo znanja v novih situacijah, reševanje kompleksnejših problemov;
- kaj je možno storiti, da bi izboljšali razumevanje matematičnih pojmov, da bi dvignili sposobnost za reševanje problemov in njihova stališča do učenja;
- in ne nazadnje, ugotoviti, tudi trende matematičnega znanja v svetu in doma.

Naloge zajete v raziskavo TIMSS 2003 so pokrivalo naslednja vsebinska področja: števila, algebro, geometrijo, merjenje in podatke. Tabela 4 prikazuje deleže nalog po posameznih vsebinskih področjih.

Tabela 4 : Število nalog vključenih v raziskavo TIMSS 2003

vsebinsko področje	število nalog v vzorcu	odstotek
števila	31	32
algebra	24	25
geometrija	16	16
merjenje	17	17
podatki	10	10
SKUPAJ	98	100

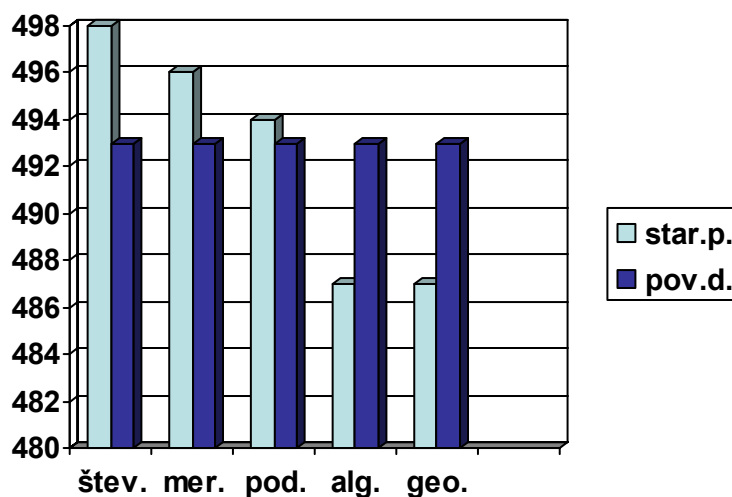
Vsebinska področja so razdeljena še na poglavja. Števila se delijo še na ulomke in decimalna števila, cela števila, razmerje, deleži in procenti. Algebra pokriva enačbe in formule, algebrainske izraze, vzorce ter relacije. Geometrija se deli na skladnost in podobnost, liki in telesa, premica in kot, lega in prostorski odnosi, simetrija in premiki. Vsebine iz merjenja pokrivajo orodja, tehnike, formule, lastnosti in enote, podatki pa interpretacijo podatkov, negotovost in verjetnost (tabela 5).

Tabela 5 : Vsebinska področja in poglavja vključena v raziskavi TIMSS 2003

vsebinsko področje	poglavje
števila	razmerja, deleži, odstotki; cela števila; ulomki in dec. števila
algebra	enačbe, formule; algebrainski izrazi; vzorci; relacije
geometrija	skladnost in podobnost; liki in telesa; premica in kot; lega in prostorski odnosi; simetrije in premiki
merjenje	orodje, tehnike, formule, lastnosti in enote
podatki	interpretacija podatkov; negotovost, verjetnost

Povprečni dosežek slovenske populacije na celotnem testu je bil 493 točk in je statistično pomembno nad mednarodnim povprečjem (med. povprečje 467). Dosežki pri matematičnih področjih so različni in se gibljejo od 487 pri geometriji, do 498 pri številih (diagram 1). Starejša populacija je najvišje dosežke dosegla pri številih, najnižje pa pri geometriji in algebrini. Razloge na eni strani lahko pripišemo zahtevnosti algebrainskih vsebin, ki se poglobljeno obravnavajo v zadnjem razredu, deloma pa dejstvu, da je bilo prav pri algebrini kar 25% nalog, ki jih naši učenci v šoli formalno še niso obravnavali. Pri mlajši populaciji beležimo ravno obratno: najvišje dosežke so dosegli pri geometriji in najnižje pri številih.

Diagram 1: Povprečni dosežki med slovenskimi učenci pri številih, merjenju, podatkih, algebrini in geometriji in povprečni slovenski dosežek na celotnem testu (493 točk)



Analiza uspešnosti po posameznih področjih pokaže, da so bili slovenski učenci bolj uspešni pri nalogah, ki so nadgraditev vsebin prvega in drugega triletja. Ob tem velja biti pozoren na dejstvo, da je lahko nekoliko počasnejša dinamika v nižjih razredih tudi dober temelj za nadgraditev znanja, saj so osnove lahko bolj utrjene, pridobljene z več izkušnjami. Seveda pa bi za tako interpretacijo potrebovali natančnejši vpogled v realizacijo in izvedbo učnega procesa. Pregled bolj in manj uspešnih vsebin navajamo v tabeli 6.

Tabela 6. Uspešnost slovenskih učencev glede na vsebinska področja

bolj uspešni	manj uspešni
ulomki in decimalna števila lega in prostorski odnosi pri geometriji lastnosti in enote pri merjenju relacije negotovost in verjetnost <i>(vsebine so nadgraditev vsebin prvega in drugega triletja)</i>	razmerja, deleži, odstotki algebrski izrazi vzorci pri algebri premica in kot pri geometriji interpretacija podatkov <i>(vsebine se prvič obravnavajo v tretjem triletju)</i>

Čeprav v času testiranja učenci verjetnosti formalno še niso obravnavali, pa so te naloge reševali precej uspešno. Reševali so jih intuitivno in s sklepanjem, kar nakazuje, da se s tovrstnimi miselnimi izzivi srečujejo tudi pri pouku. Pri podatkih so bili uspešni predvsem pri predstavitvi podatkov, ne pa pri interpretaciji. Očitno imajo z interpretacijo podatkov bistveno manj izkušenj kot s predstavitvijo podatkov. Pričakujemo, da bodo z leti, ko bo devetletka zares zaživela, slovenski učenci pri tem uspešnejši, saj program devetletne osnovne pri matematiki sistematično uvaja znanja o obdelavi podatkov. Zato pa je pomembno, da se pri pouku zavestno načrtuje različne situacije. Tako so nujne naloge, pri katerih je iz danega konteksta potrebno razbrati odnose, kot tudi naloge, ki so definirane kot »predstavi, povej, reši, nariši ...« in preverjajo poznavanje postopkov.

Dejstvo, da so bili slovenski učenci starejše populacije uspešnejši pri vsebinah, ki so nadgradnja vsebin prvega in drugega triletja, šibkejši pa pri vsebinah, ki se prvič uvajajo v tretjem triletju, podpira tezo, da se znanje gradi postopoma, da z izkušnjami večamo pojmovne mreže in miselne strukture o določenem področju. Ob tem se je seveda smiselno vprašati, kdaj – v katerem razredu, prvič uvajati posamezne vsebine, kdaj so učenci kognitivno najbolj dojemljivi za posamezne vsebine, matematične strukture, kdaj je najbolj optimalen čas. To vedenje je nedvomno zelo pomembno za načrtovalce kurikula. V tem kontekstu je mogoče smiselno razmišljati o fleksibilnem učnem načrtu. Tako bi lahko učitelj prilagodil dinamiko poučevanja posameznim skupinam ali posamezniku, če le-ti že dosegajo določena znanja in so kognitivno pred ostalimi učenci.

V nadaljevanju navajamo deleže pravilnih odgovorov slovenskih učencev po poglavjih za posamezne vsebine. Predstavljamo uspešnost slovenskih učencev po poglavjih znotraj vsebinskega sklopa in mednarodno povprečje. Kot zglede navajamo tudi primere bolj in manj uspešnih nalog.

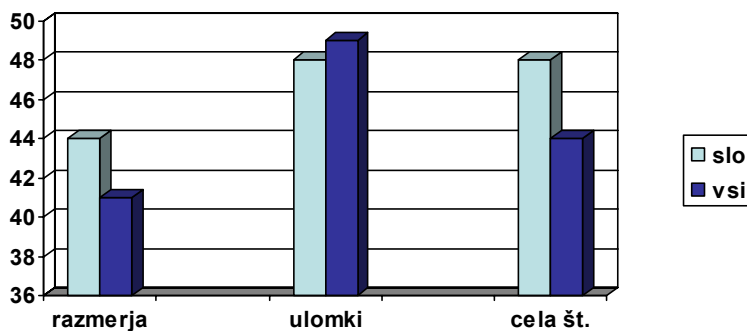
ŠTEVILA

Poglavja: ulomki in decimalna števila, cela števila, razmerje, deleži, procenti.

Tabela 7: Uspeh po poglavjih pri Številih

Poglavje	Delež pravilnih odg. med slov. učenci	Delež pravilnih odg. med vsemi učenci
razmerja, deleži, odstotki	44	41
cela števila	48	44
ulomki in decimalna števila	48	49

Diagram 2: Uspeh po poglavjih pri Številih



Pri številih beležimo višje dosežke pri ulomkih in celih številih, manj uspešni pa so bili učenci pri razmerjih, deležih, odstotkih. Značilnosti nalog, pri katerih beležimo težave so: dvostopenjski besedilni problemi in naloge, ki zahtevajo samostojni razmislek ali oceno rezultata. Vsebinsko so to naloge, ki so zahtevale poznavanje, razumevanje in uporabo sorazmerij. Za učence te starosti so to taksonomsko zahtevnejše naloge. Taki tipi nalog so v našem prostoru običajnejši za zadnji razred osnovne šole, z vpeljavo nove spremenljivke. Podobno je z nalogami, ki zahtevajo od učencev prepoznavanje razmerja med osenčenimi in neosenčenimi deli. Pojem razmerja in zapis razmerja je po učnem načrtu v zadnjem razredu osnovne šole, zato so učenci te naloge reševali intuitivno.

Čeprav ulomke in decimalna števila začnemo obravnavati nekoliko pozneje kot ostale države, pa znotraj področja števil še vedno dosegamo najvišje dosežke prav pri ulomkih, res pa je, da so tu dosežki nekoliko nižji od mednarodnega povprečja.

Za zgled v nadaljevanju navajamo primere bolj in manj uspešnih nalog.

a) Vsebine in značilnosti bolj uspešnih nalog pri številih (ulomki in decimalna števila, cela števila, uporaba pojmov; reševanje rutinskih problemov)

Naloga

Na začetku zborovanja je bilo med vsemi prisotnimi dve tretjini moških. Pozneje je prišlo še 10 moških in 10 žensk. Katera od naslednjih izjav je pravilna?

- A Na koncu je bilo na zborovanju več moških kot žensk.
- B Na koncu je bilo na zborovanju enako število žensk in moških.
- C Na koncu je bilo na zborovanju več žensk kot moških.
- D Iz danih podatkov ni mogoče ugotoviti, ali je bilo več žensk ali moških.

Poglavje: ulomki in decimalna števila

Kognitivno področje: sklepanje in utemeljevanje

Uspešnost: slo: 68% vsi: 59,5%

Čprav pri sklepanju in utemeljevanju beležimo najvišje dosežke pri merjenju in podatkih, pa tudi pri številih najdemo kar nekaj uspešnih nalog pri reševanju problemov.

b) Vsebine in značilnosti manj uspešnih nalog pri številih (razmerja, deleži, odstotki; besedilne naloge, razmislek o rezultatu)

Naloga

Avtomobil ima rezervoar za gorivo, v katerega lahko natočimo 45 l goriva. Avtomobil porabi 8,5 l goriva na vsakih prevoženih 100 km. 350 km dolgo potovanje smo začeli s polnim rezervoarjem. Koliko goriva je ostalo v rezervoarju ob koncu potovanja?

A 15,25 l B 16,25 l C 24,75 l D 29,75 l

Poglavje: ulomki in decimalna števila

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov

Uspešnost : slo: 25% vsi: 27%

Naloga

Učitelji šole Zeleni park imajo namen poslati 6 obvestil na leto vsaki od 620 družin, ki imajo otroke v tej šoli. Za vsako obvestilo potrebujejo 2 lista papirja. Papir je naprodaj v paketih po 500 listov. Kolikšno je najmanjše število paketov papirja, ki so potrebni za šolska obvestila v celem letu?

Poglavje: cela števila

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov

Uspešnost: slo: 23 % vsi: 21%

Naloga je besedilna, ne preverja zgolj izbire in izvedbe postopka, temveč tudi oceno in dodatni razmislek o rezultatu. Rezultat je potrebno glede na besedilo naloge primerno zaokrožiti.

Kako je z vključenostjo naloge v učni načrt?

V učnem načrtu je to standard petega razreda, ki se glasi: računa v obsegu do milijona. Reši preproste besedilne naloge.

Operativni cilji v učnem načrtu, ki vodijo do standarda pa so: seštevati in odšteti v obsegu do milijona (ustno in pisno); množiti naravna števila v obsegu do milijona; deliti z dvomestnim naravnim številom ; oceniti rezultat pri računanju z velikimi števili;reševati besedilne naloge.

Naloga

Računalniški krožek je imel najprej 40 članov in 60% članov so bila dekleta. Kasneje se je krožku pridružilo še 10 fantov. Kolikšen odstotek članov predstavljajo dekleta? Napiši račune, ki so te pripeljali do odgovora.

Poglavja: razmerja, deleži, odstotki

Kognitivno področje: sklepanje in utemeljevanje

Uspešnost : slo: 13% vsi: 12%

Kako je z vključenostjo naloge v učni načrt?

V učnem načrtu je to standard sedmega razreda, ki se glasi: reši besedilne naloge s procentnim računom.

Operativni cilji v učnem načrtu, ki vodijo do standarda pa so: zapisati $\frac{P}{100}$ od a kot $p\%$ od a ; izračunati $p\%$ od a ; reševati besedilne naloge z odstotki in oceniti rezultat (tudi z uporabo žepnega računalnika).

Rezultati uspešnosti nalog nakazujejo, da je seveda vključenost operativnih ciljev in standardov v učni načrt potreben, ne pa zadosten pogoj za uspešno uporabo usvojenega znanja v različnih situacijah. Pozorno branje besedila, analiziranje in ugotavljanje odnosov med podatki, so splošnejša znanja, ki so potrebna pri vsaki besedilni nalogi, ne glede na vsebino. V učnem načrtu matematike ta znanja najdemo pri splošnih in specifičnih ciljih predmeta ter pri didaktičnih priporočilih. Prav splošni in specifični cilji predmeta, če bi jih upoštevali dosledno, učenje in poučevanje pri matematiki usmerjajo v povezovanje znanja znotraj matematike in med predmeti. Ta znanja oz. tudi veččine potrebujemo pri reševanju kompleksnih nalog.

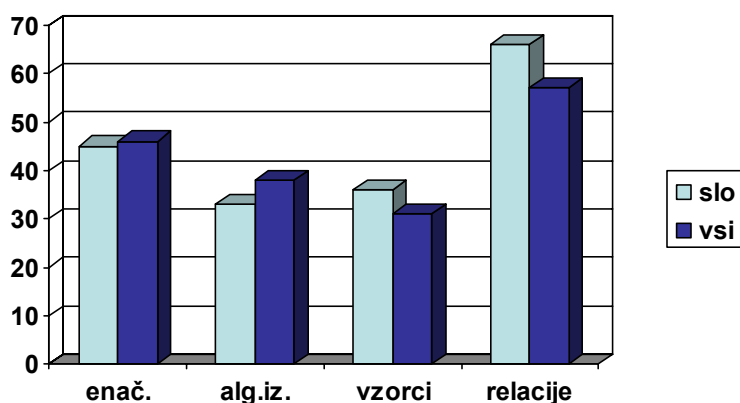
ALGEBRA

Poglavja: enačbe in formule, algebraični izrazi, vzorci, relacije

Tabela 8: Uspeh po poglavjih pri Algebri

Poglavje	Delež pravilnih odgovorov med slovenskimi učenci	Delež pravilnih odgovorov med vsemi učenci
enačbe in formule	45	46
algebraični izrazi	33	38
vzorci	36	31
relacije	66	57

Diagram 3: Uspeh po poglavjih pri Algebri



Od vseh vsebinskih sklopov so pri algebri učenci najmanj uspešno reševali naloge z algebraičnimi izrazi in vzorci (diagram 3), nekoliko višje znanje so pokazali pri enačbah in formulah. Naloge z vzorci so med drugim preverjale tudi sposobnost posploševanja, pri enačbah, formulah in algebraičnih izrazih, pa se je med drugim preverjalo tudi razumevanje in uporabo pojma spremenljivka. Naloge z uporabo sistema dveh linearnih enačb bi bile bolj

primerne za zadnji razred naše osnovne šole ali celo prvi letnik srednje šole. Preverjale so zapis dveh enačb z dvema neznankama; teh vsebin v naši osnovni šoli ne zahtevamo. Nekoliko manj težav oz. višje rezultate beležimo pri relacijah, vendar pa je bilo teh nalog sorazmerno malo. Pri algebri beležimo tudi najnižje dosežke tudi glede doseganja taksonomskih ravni znanja. Tako je uporaba pojmov ter sklepanje in utemeljevanje najmanj uspešno prav pri algebrainih vsebinah. Sicer pa so neuspešne naloge dokaj enakomerno porazdeljene po vseh taksonomskih stopnjah.

Vendar pa je pri interpretaciji rezultatov o uspešnosti naših učencev pri algebri potrebno upoštevati, da je bilo prav pri algebri največ nalog (kar 25%) takih, ki jih učenci formalno še niso obravnavali pri pouku, ker se obravnavajo v zadnjem razredu. Iz tega razloga so podatki o uspešnosti naših učencev na omenjeni raziskavi pri algebri deloma nerealni oz. ne odražajo prave slike o znanju naših učencev na tem področju. Pri tem je potrebno poudariti, da se kognitivne sposobnosti za usvajanje algebrainih znanj pomembno razvijejo šele v starosti od 12. do 15. leta (Žakelj, 2004) in seveda pri nekaterih učencih šele ob prehodu v srednjo šolo. Naloge, ki preverjajo uporabo spremenljivke, so primernejše za zadnji razred osnovne šole oz. za starostno obdobje od 14. do 15. leta (Žakelj, 2004), v katerem je večina ostalih učencev zajetih v raziskavo tudi bila. Delo z vzorci, predvsem pa sposobnost posploševanja, so znanja, ki si jih na eni strani pridobimo s kognitivnim razvojem in preverjajo tudi določeno stopnjo matematične zrelosti učencev, na drugi strani pa so pogojena tudi s kulturo pouka matematike, s tradicijo poučevanja in poudarkih v šolski praksi. Glede na to, da so bili naši učenci eno leto mlajši od učencev ostalih držav, so imeli primankljaj tako glede let šolanja, kot tudi na področju kognitivne zrelosti, ki ima zlasti pri algebri največji vpliv.

Za zgled v nadaljevanju navajamo primere bolj in manj uspešnih nalog.

a) Vsebine in značilnosti bolj uspešnih nalog (enačbe, formule, relacije; poenostavitev izrazov, poznavanje pojmov in dejstev)

Naloga

Če je $12/n = 36/21$, potem je n enak

A 3 B 7 C 36 D 63

Kognitivno področje: poznavanje dejstev in postopkov

Poglavje: enačbe in formule

Uspešnost: slo: 72% vsi: 66%

Naloga

Prikaz kaže razdaljo in čas sprehoda, ki sta ga opravila Janez in Lojze.

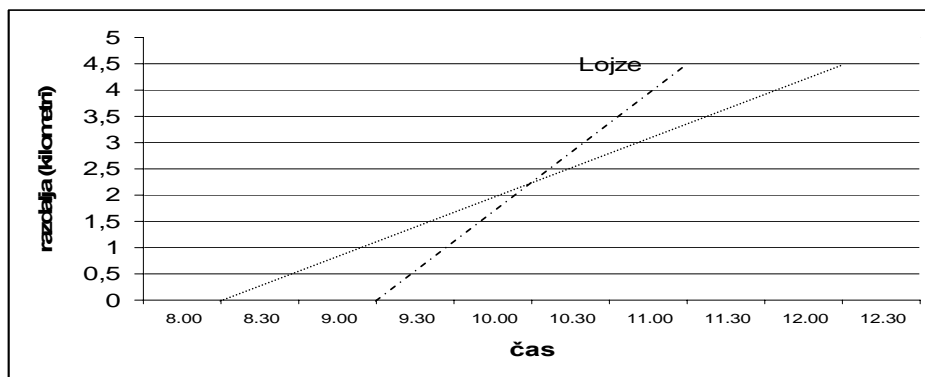
Ob kateri uri sta se srečala, če sta oba začela na istem mestu in sta hodila v isti smeri?

A 8.00 B 8.30 C 9.00 D 10.00 E 11.00

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov

Poglavje: relacije

Uspešnost: slo 79% vsi: 62%,



b) Vsebine in značilnosti manj uspešnih nalog (algebraični izrazi, vzorci, uporaba/razumevanje pojma »spremenljivka, uporaba simbolnega zapisa, uporaba pojmov, sklepanje in utemeljevanje)

Naloga

Če je $a + 2b = 5$ in je $c = 3$, koliko je $a + 2(b + c)$?

Kognitivno področje: sklepanje in utemeljevanje

Poglavje: algebraični izrazi

Uspešnost: slo: 13,8% vsi: 22,9%

Naloga preverja uporaba/razumevanje pojma »spremenljivka«, kar se pri nas poudarjeno obravnava in usvoji v zadnjem razredu.

Naloga

Samo je želel poiskati tri zaporedna soda števila, katerih vsota je 84. Zapisal je enačbo $k + (k + 2) + (k + 4) = 84$. kaj predstavlja črka k ?

- A najmanjše izmed treh sodih števil
- B srednje sodo število
- C največje izmed treh sodih števil
- D povprečje izmed treh sodih števil

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov

Poglavje: algebraični izrazi

Uspešnost: slo: 11,7% vsi: 25%

Tudi ta naloga preverja uporaba/razumevanje pojma »spremenljivka«, kar se pri nas poudarjeno obravnava in usvoji v zadnjem razredu.

Kako je z vključenostjo naloge v učni načrt?

V učnem načrtu je to standard devetega razreda, ki se glasi: reši linearne enačbe in preproste besedilne naloge. Operativni cilji v učnem načrtu, ki vodijo do standarda pa so: uporabiti linearno enačbo pri reševanju preprostih besedilnih nalog; uporabiti znanje o reševanju enačb pri izražanju neznanke iz enačbe.

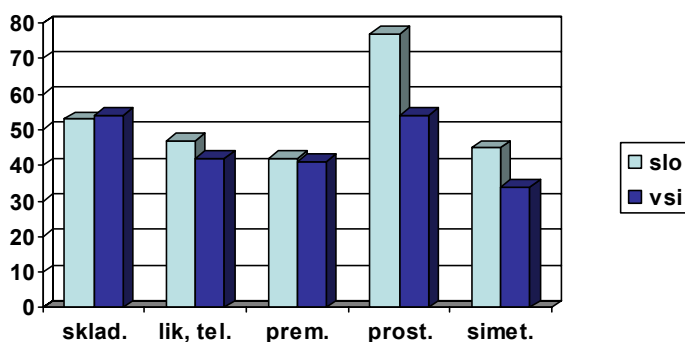
GEOMETRIJA

Poglavja: Skladnost in podobnost, liki in telesa, premica in kot, simetrija in premiki

Tabela 9: Uspeh po poglavjih pri Geometriji

Poglavje	Delež pravilnih odgovorov med slovenskimi učenci	Delež pravilnih odgovorov med vsemi učenci
skladnost in podobnost	53	53,5
liki in telesa	47	42
premica in kot	42	41
lega in prostorski odnosi	77	54
simetrija in premiki	45	34

Diagram 4: Uspeh po poglavjih pri Geometriji



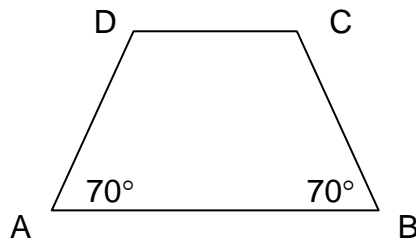
Pri geometriji so bili naši učenci uspešnejši pri skladnosti, legi in prostorskih odnosih, uporabi pojmov, manj uspešni pa pri simetriji in premikih ter pri nalogah o premici in kotu, na kognitivnem področju pa pri sklepanju in utemeljevanju. Podobnost, prizma in tlakovanja so vsebine, ki jih večina učencev v času testiranja še ni obravnavala, zato pri geometriji v nekaterih primerih razumljivo beležimo nižje rezultate, čeprav ne pri vseh nalogah. Pojem podobnosti uvedemo v zadnjem razredu osnovne šole. Učenci so te naloge reševali intuitivno. V našem učnem načrtu je podobnost zapisana med zahtevnejšimi standardi. Naloga o prizmi je preverjala oblikovanje prizme iz narisane mreže. Ker ni preverjala poznavanja pojma »prizme«, ampak prostorsko predstavljenost (oblikovanje telesa k narisani mreži), je bila sorazmerno uspešna. Naši učenci imajo do te starosti že precej izkušenj s kocko in kvadrom. Zelo neuspešna je bila naloga o tlakovanju. Tak tip naloge v našem prostoru nima večje tradicije. V učnem načrtu osemletke nima neposredne podpore, v devetletki pa bolj poudarjeno pri poglavjih o vzorcih, pri predmetu Matematična delavnica ali pri urah aktivnosti. Sicer je uporaba in razumevanje pojma simetrije in premikov vezana klasično na naloge z liki (trikotnik, štirkotnik).

Za zgled v nadaljevanju navajamo primere bolj in manj uspešnih nalog.

a) Značilnosti bolj uspešnih nalog (skladnost, lega in prostorski odnosi, uporaba pojmov)

Naloga

$ABCD$ je trapez.



Drugi trapez, $GHIJ$ (ni narisano), je skladen (enake velikosti in oblike) z $ABCD$. Kota pri G in J merita vsak po 70° . Katera trditev bi lahko bila pravilna?

- A $GH = AB$
- B Kot H je pravi kot.
- C Vse stranice $GHIJ$ so enako dolge.
- D Obseg $GHIJ$ je 3-krat tolikšen kot obseg $ABCD$.
- E Ploščina $GHIJ$ je manjša od ploščine $ABCD$.

Poglavje: skladnost in podobnost

Kognitivno področje: sklepanje in utemeljevanje

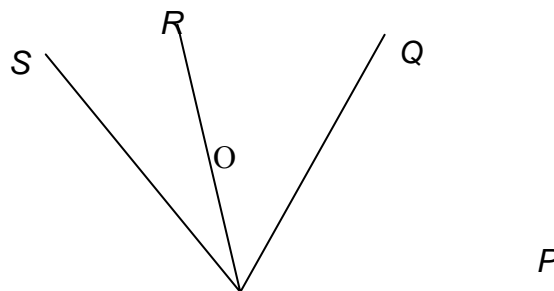
Uspešnost: slo: 67% vsi: 61%

- b) Vsebine in značilnosti manj uspešnih nalog (simetrija in premiki; sklepanje in utemeljevanje)

Naloga

Kot PQR na sliki meri 110° , kot QOS meri 90° , kot POS pa meri 140° .

Koliko meri kot QOR ?



Kognitivno področje: sklepanje in utemeljevanje

Poglavje: premica in kot

Uspešnost: slo: 24% vsi: 29%

Kako je z vključenostjo naloge v učni načrt?

V učnem načrtu je to temeljni standard, ki se glasi: računa s koti; reši naloge, kjer prepozna in uporabi lastnosti dvojice kotov.

Cilji, ki vodijo do standarda pa so: na sliki prepoznati odnose med geometrijskimi elementi, s sklepanjem in utemeljevanjem določiti vsoto in razliko kotov.

Tako kot smo to lahko videli že pri algebri, tudi pri geometriji in pri drugih vsebinah ugotavljamo, da je uspešnost učencev odvisna od učnega načrta le do neke mere. Pomemben del prispeva sama učna praksa, razumevanje standardov, raznolikost primerov, osmišljanje vsebin, povezovanje znotraj predmeta in med predmeti, kompleksnost naloge, torej učni proces. Naši učenci s tipi nalog kot je npr. naloga 11, nimajo zelo veliko izkušenj, čeprav se o sami simetriji v šoli učijo. Taki tipi nalog v našem prostoru nimajo večje tradicije. V učnem načrtu osemletke nima neposredne podpore, v devetletki pa bolj poudarjeno pri poglavjih o vzorcih ali pri urah aktivnosti. Ob tem lahko ugotovimo, da sami zapisi ciljev in standardov vključujejo široko paleto znanj, na različnih taksonomskih stopnjah, samo razumeti jih moramo tako.

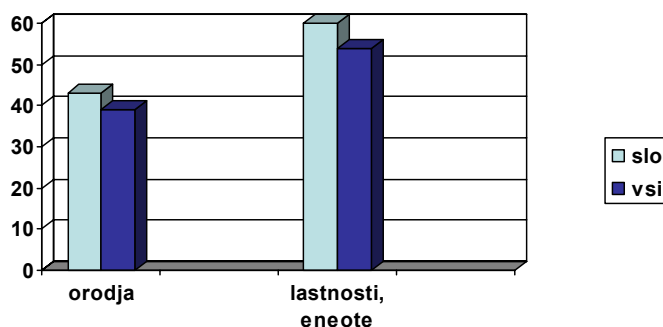
c) MERJENJE

Poglavja: orodja, tehnike, formule, lastnosti in enote

Tabela 10: Uspeh po poglavjih pri Merjenju

Poglavje	Delež pravilnih odgovorov med slovenskimi učenci	Delež pravilnih odgovorov med vsemi učenci
orodja, tehnike, formule	43	39
lastnosti in enote	60	54

Diagram 5: Uspeh po poglavjih pri Merjenju



Pri merjenju so učenci pokazali solidno znanje na ravni uporabe pojmov. Sicer je bilo merjenje za števili, drugo najbolj uspešno področje. Navajamo sicer primer nekoliko manj uspešne naloge, ki pa je zanimiva zato, ker je zlasti B primer manj tipičen za našo šolsko prakso.

Naloga

V avtomobilski dirki sta dve kontrolni točki 160 km narazen. Vozniki morajo voziti od ene kontrolne točke do druge natančno 2,5 ure, da dobijo največ možnih točk.

A Kolikšna mora biti povprečna hitrost, da prevozijo 160 km v tem času?

B Voznik je potreboval 1 uro, da je prevozil 40 km gričevnate pokrajine na začetku dirke. Kolikšna mora biti povprečna hitrost, v kilometrih na uro, za preostalih 120 km, če mora biti skupni čas med kontrolnima točkama 2,5 ure?

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov za A, sklepanje in utemeljevanje za B

Uspešnost A slo: 33% vsi: 365 B: slo: 15,8% vsi: 18,6%

Naloga zahtevata od učencev razumevanje pojma hitrosti in poti ter njuno medsebojno povezovanje. V osemletni osnovni šoli je bilo učenje odvisnih količin ravno v času testiranja. Za nalogo B pa bi lahko rekli, da je nekoliko netipična za naše okolje.

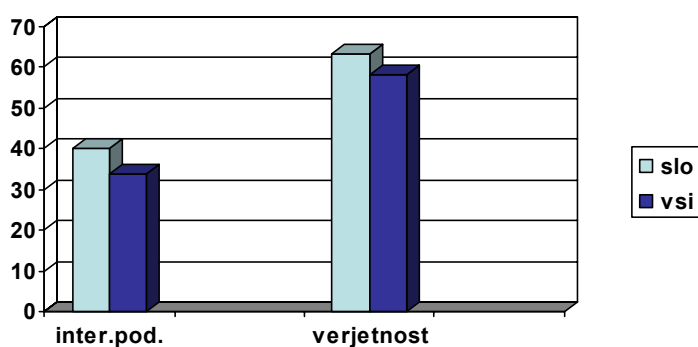
PODATKI

Poglavja: Interpretacija podatkov, negotovost in verjetnost

Tabela 11: Uspeh po poglavjih pri Podatkih

Poglavje	Delež pravilnih odgovorov med slovenskimi učenci	Delež pravilnih odgovorov med vsemi učenci
interpretacija podatkov	40	34
negotovost in verjetnost	63	58

Diagram 6: Uspeh po poglavjih pri Podatkih



Pri podatkih so učenci izkazali dobro znanje prikazovanja podatkov, s sklepanjem so uspešno reševali tudi naloge iz verjetnosti, več težav pa so imeli z interpretacijo.

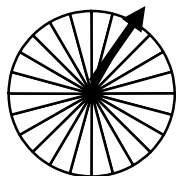
Vsebine, ki jih učenci do časa testiranja v šoli še niso obravnavali, so bile iz verjetnosti, z interpretacijo rezultatov pa imajo naši učenci manj izkušenj, saj se ta znanja uvajajo šele z devetletko. Kljub temu, da se naši učenci v šoli formalno verjetnosti še niso učili, pa so s sklepanjem te naloge reševali dokaj uspešno. Naloge iz povprečne vrednosti so zahtevale izračun povprečne vrednosti ali oceno. V devetletki so cilji v povezavi z aritmetično sredino obravnavani v devetem razredu, pri obdelavi podatkov, v povezavi z razumevanjem in interpretacijo podatkov. V osemletni osnovni šoli je pojem povprečne vrednosti bil obravnavan na začetku sedmega razreda, v korelaciji s fiziko. Učenci osemletne osnovne šole so imeli o tej vsebini znanje prej kot devetošolci. Naloge iz verjetnosti so preverjale sklepanje in utemeljevanje. V devetletni osnovni šoli se o teh vsebinah učijo ob zaključku devetega razreda. V osemletki v učnem načrtu teh vsebin ni bilo. Učenci so nalogo reševali intuitivno in tudi dokaj uspešno.

Za zgled v nadaljevanju navajamo primere bolj in manj uspešnih nalog.

a) Vsebine in značilnosti bolj uspešnih nalog pri verjetnosti (naloge iz verjetnosti – reševali so jih s sklepanjem, predstavitev podatkov)

Naloga

Slika prikazuje kazalec, ki se vrti na kolesu s 24 polji. Ko nekdo zavrti kazalec, je za vsa polja enako verjetno, da se bo ustavil na njih. $\frac{1}{8}$ polj je modrih, $\frac{1}{24}$ je vijoličnih, $\frac{1}{2}$ je oranžnih in $\frac{1}{3}$ je rdečih. Ko zavrtiš kazalec, na polju katere barve se bo NAJMANJ verjetno ustavil?



- A modre B vijolične C oranžne D rdeče

Kognitivno področje: Sklepanje in utemeljevanje

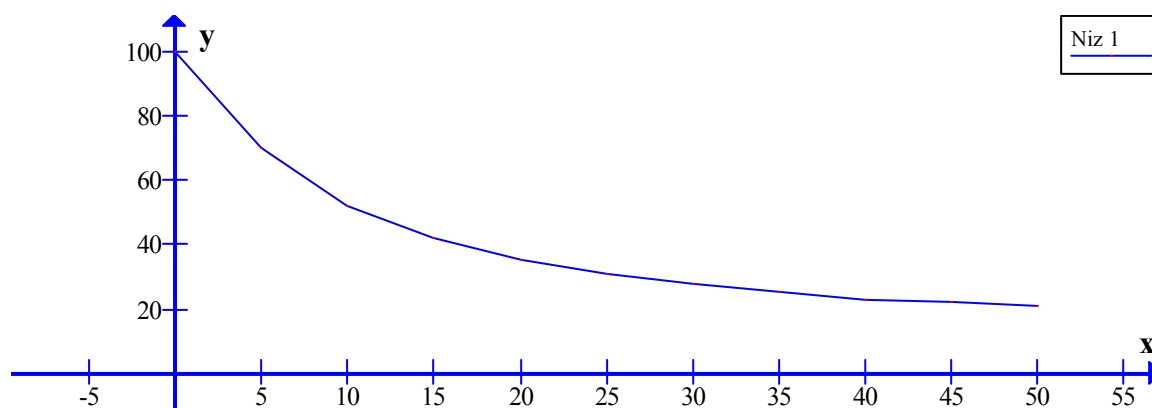
Uspešnost: slo: 73% vsi: 61%

V učnem načrtu je to standard devetega razreda devetletke. Učenci so nalogo reševali s sklepanjem.

b) Značilnosti manj uspešnih nalog pri podatkih (interpretacija podatkov)

Naloga

Kotliček vode, ki je dosegla vrelišče, pustimo, da se ohladi. Vsakih pet minut merimo temperaturo vode in narišemo graf temperature v odvisnosti od časa.



Približno koliko minut je trajalo, da se je voda ohladila za prvih 20 stopinj?

- A 3 B 8 C 37 D 50

Kognitivno področje: Reševanje rutinskih problemov

Poglavje: interpretacija podatkov

Uspešnost: slo: 38,4% vsi: 33,9%

Kako je z vključenostjo naloge v učni načrt?

V učnem načrtu je to standard sedmega razreda devetletke, ki se glasi: odvisnost dveh količin prikaže s tabelo in primernim preprostim diagramom.

Cilji, ki vodijo do standarda pa so: razbrati podatke iz diagramov; predstaviti podatke v obliki diagramov.

Specifični cilji v učnem načrtu, so del matematičnih procesov in strategij : »... analizirati, poiskati in brati podatke, oblikovati odgovore ...«

Uspešnost slovenskih učencev pri kognitivnih področjih

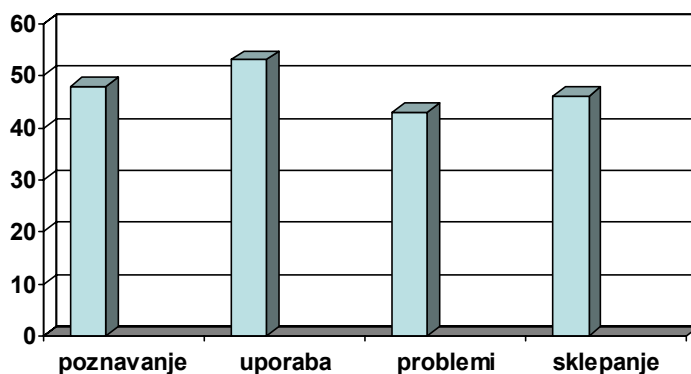
Pri razvrščanju nalog glede na kognitivna področja, je bila uporabljena naslednja taksonomija:

- poznavanje dejstev in postopkov, razumevanje pojmov, obvladovanje postopkov,
- uporaba pojmov,
- reševanje rutinskih problemov,
- sklepanje in utemeljevanje (zahtevnejši problemi).

Tabela 12: Deleži nalog zajetih v raziskavo glede na kognitivna področja.

kognitivno področje	število nalog v vzorcu	odstotek
poznavanje dejstev in postopkov	26	27
uporaba pojmov	20	20
reševanje rutinskih problemov	37	38
sklepanje in utemeljevanje	15	15
SKUPAJ	98	100

Diagram 7: Deleži pravilnih odgovorov med slovenskimi učenci glede na kognitivna področja



Tako iz diagrama 7, kot iz tabele 13 lahko razberemo, da so bili uspešnejši pri poznavanju in uporabi pojmov, kot pri reševanju problemov ter sklepanju in utemeljevanju.

Tabela 13: Povprečni dosežki med slovenskimi učenci in mednarodno povprečje pri številih, merjenju, podatkih, algebr in geometriji, glede na kognitivna področja

Kognitivna področja	števila		algebra		geometrija		merjenje		podatki	
	slo	med.p.	slo	med.p.	slo	med.p.	slo	med.p.	slo	med.p.
poznavanje dejstev in postopkov	47	43	45	45	47	47	64	42		
uporaba pojmov	58	47	34	36	55	53	61	50	78	70

reševanje rutinskih problemov	52	47	41	41	49	44	40	33	26	24
sklepanje in utemeljevanje	41	36	41	35	42	45	50	44	58	50

Pri višjih taksonomskih stopnjah dosegamo višje rezultate predvsem pri podatkih, številih in merjenju. Poznavanje dejstev in postopkov je nekako neodvisno od vsebinskega sklopa in je približno enako pri vseh vsebinah, izstopa le merjenje, kjer beležimo najvišje rezultate. Tu je uspeh zelo primerljiv tudi z mednarodnim povprečjem. Pri uporabi pojmov beležimo najvišje dosežke pri podatkih, sledi geometrija in merjenje. Najnižje dosežke pri uporabi pojmov imamo pri algebri. Pri algebri gre za naloge, ki preverjajo uporabo spremenljivke v različnih situacijah, algebrskih izrazih, enačbah. Naloge preverjajo razumevanje in uporabo pojmov na simbolni in abstraktni ravni. Za mnoge učence na tej stopnji rešitev problema na splošni ravni, še ni rešitev problema. Morajo ga podpreti s konkretnimi števili. Zato je uspeh učencev pri tovrstnih nalogah najbolj odvisen od šolske prakse in tudi od kognitivne zmožnosti otrok. Tudi iz tega razloga je razumljivo, da je reševanje problemov najbolj uspešno pri številih, sklepanje in utemeljevanje pa pri podatkih in deloma pri merjenju. Dosežki učencev na različnih vsebinskih in kognitivnih področjih odražajo tudi kulturo učenja in poučevanja ter tradicijo posamezne države. Ne gre prezreti dejstva, da smo v preteklosti dajali velik poudarek proceduralnim znanjem, da znanja o obdelavi podatkov, ki zahtevajo interpretacijo, razmislek o dobljenem rezultatu vstopajo v naš prostor šele zadnja leta, z uvedbo devetletke.

Rezultati kažejo, da se sklepanju in utemeljevanju daje vedno večji poudarek (vse naloge iz verjetnosti so dobro reševali zgolj s sklepanjem), da ta znanja uvajamo v učni proces. Uspeh ali neuspeh učencev neke populacije pri določeni vsebini ali področju lahko pripišemo na eni strani zahtevnosti področja (kar algebra za mnogo učence zagotovo je), na drugi strani pa tudi tradiciji, ki jo ima določeno kulturno okolje. Tu mislimo na pristope učenja in poučevanja (dril, urjenje ali reševanje odprtih problemov, raziskovanje) na eni strani, ter tudi katerim matematičnim znanjem dajemo večji poudarek (formalni matematiki ali uporabnosti matematike, uvidu v smiselnost učenja različnih matematičnih vsebin). Izkušnje kot so, reševanje odprtih problemov, ki zahtevajo samostojno postavljanje vprašanj in ciljev raziskovanja, raziskovanje, utemeljevanje rezultatov, reševanje kompleksnejših problemov, pomagajo izgrajevati matematično znanje. Pomembno je, da učenje ni usmerjeno le na posamezno vsebino, temveč da se smiselno predstavi povezovanje znotraj predmeta in tudi širše, medpredmetno. Za pravo znanje, ki je uporabno, ni dovolj le razumevanje teoretičnega modela (formalno obvladovanje matematičnih vsebin), temveč je razumevanje pravo šele takrat, ko svoje znanje lahko smiselno uporabimo zunaj teoretičnega modela (Plut Pregelj, 2005). V tabeli 14 navajamo pregled bolj in manj uspešnih področij glede na kognitivne ravni.

Tabela 14: Pregled bolj in manj uspešnih področij glede na kognitivne ravni

bolj uspešni <i>kažejo se uspehi v smeri višjih taksonomskih stopenj</i>	manj uspešni
poznavanje dejstev in postopkov (ni opaznih razlik med področji) uporaba pojmov pri številih, merjenju, geometriji in podatkih reševanje rutinskih problemov pri številih sklepanje in utemeljevanje pri podatkih	uporaba pojmov pri algebri reševanje rutinskih problemov (pri algebri, podatkih in merjenju) sklepanje in utemeljevanje (zlasti pri številih, algebri in geometriji)

Stopnje pomembnosti področij oz. splošnih ciljev v učnih načrtih držav, ki se uvrščajo visoko na mednarodni lestvici

Analizirali smo tudi stopnjo pomembnosti področij, ki jih posamezna država nameni določenim veščinam. Ugotovili smo, da je slovenski učni načrt po poudarkih, ki jih nameni obvladovanju temeljnih matematičnih znanj, razumevanju matematičnih pojmov in dejstev, uporabi matematike v realističnih situacijah, matematičnemu sklepanju, matematičnemu komuniciranju, medpredmetnemu povezovanju, precej primerljiv tudi z učnimi načrti drugih držav: npr. Belgije, Nizozemske, Madžarske, Estonije, Slovaške. Stopnje pomembnosti posameznih področij za države Belgije, Nizozemske, Madžarske, Estonije, Slovaške in Slovenije prikazujeta diagrama 8 in 9. Za veliko večino držav je zelo pomembno obvladovanje temeljnih matematičnih znanj in veščin ter razumevanje pojmov in dejstev (tabela 15). Veliko držav daje tudi precej velik pomen matematičnemu sklepanju, manj pa medpredmetnemu povezovanju.

Tabela 15: Število držav, ki pripisujejo posameznim področjem določeno stopnjo pomembnosti

stopnja pomembnosti	obvladovanje temeljnih matematičnih znanj	razumevanje matematičnih pojmov in dejstev	uporaba matematike v realističnih situacijah	
visoka	30	32	17	
srednja	14	19	22	
zelo nizka	4		12	
ni pomembno				
stopnja pomembnost	matematično komuniciranje	matematično sklepanje	povezovanje z drugimi predmeti	matematično dokazovanje
visoka	13	14	5	10
srednja	23	29	21	11
nizka	14	8	22	23
ni pomembno	1		3	7

Zanimivo je tudi videti, katerim področjem pripisujejo velik pomen države, ki se na mednarodni lestvici uvrščajo na eno od prvih desetih mest (tabela 16).

Tabela 16: Stopnje pomembnosti področij oz. splošnih ciljev v UN po državah

legenda visoka 4 srednja 3 nizka 2 ni pomembno 1

	obvladovanje temeljnih matematičnih znanj	razumevanje matematičnih pojmov in dejstev	uporaba matematike v realističnih situacijah
Singapur	4	4	4
Hong Kong	4	3	3
Južna Koreja	4	4	3
Tajvan	4	4	3
Japonska	4	4	3
Belgija	4	3	4
Nizozemska	3	3	4
Madžarska	1	3	2

Estonija	4	3	3
Slovaška	4	4	3
Slovenija	2	4	4

	matematično komuniciranje	matematično sklepanje	povezovanje z drugimi predmeti	matematično dokazovanje
Singapur	4	4	3	2
Hong Kong	3	3	2	2
Južna Koreja	2	3	1	4
Tajvan	3	2	2	2
Japonska	3	4	1	4
Belgija	2	4	2	4
Nizozemska	4	3	3	1
Madžarska	3	2	1	3
Estonija	2	3	2	3
Slovaška	4	4	3	3
Slovenija	3	3	2	2

Države, ki so dosegle najvišje dosežke, imajo v svojih učnih načrtih največje poudarke pri obvladovanju temeljnih matematičnih znanj, razumevanju matematičnih pojmov in dejstev ter uporabi matematike v realističnih situacijah. Sledi matematično komuniciranje in matematično sklepanje, ki sta nekoliko manj poudarjeni, še manjši poudarek pa je pri povezovanju z drugimi predmeti in formalnem matematičnem dokazovanju. To velja predvsem za države Daljnega Vzhoda, medtem ko evropske države nimajo tako značilnih skupnih poudarkov. Vendarle pa se vseeno da razbrati, da tudi za evropske države velja, da poudarjajo matematično razumevanje in uporabo matematike v realističnih situacijah, nekoliko manj matematično komuniciranje in obvladovanje temeljnih veščin, najmanj pa poudarjajo povezovanje z drugimi predmeti in formalno matematično dokazovanje.

Stopnje pomembnosti področij oz. splošnih ciljev v UN za države Belgije, Nizozemske, Madžarske, Estonije, Slovaške in Slovenijo (diagram 8 in diagram 9).

legenda visoka 4 srednja 3 nizka 2 ni pomembno 1

Diagram 8: Stopnje pomembnosti področij: razumevanje matematičnih pojmov in dejstev, uporaba matematike v realističnih situacijah, matematično sklepanje.

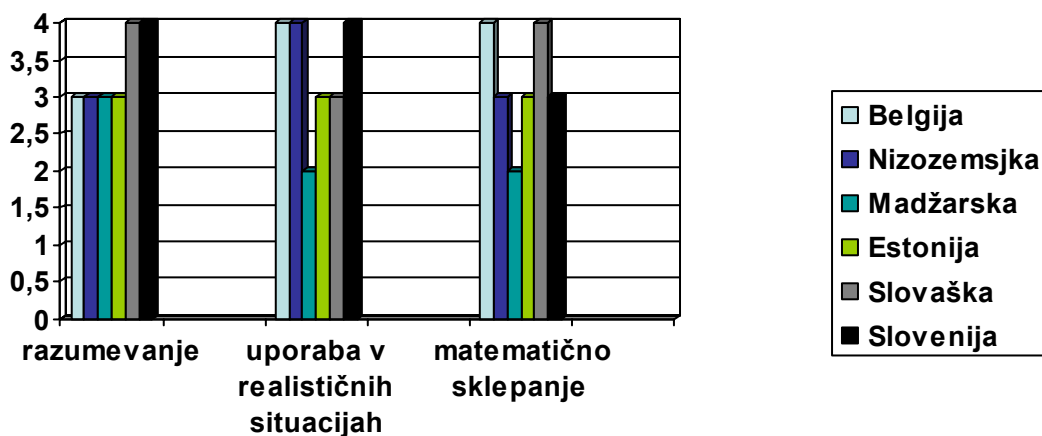
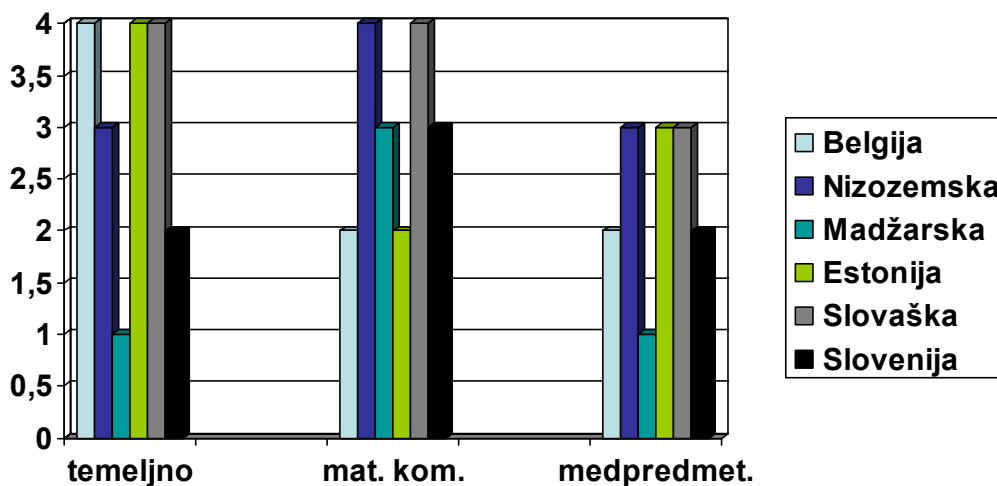


Diagram 9: Stopnje pomembnosti področij: obvladovanje temeljnih matematičnih znanj, matematično komuniciranje, medpredmetno povezovanje



V slovenskem učnem načrtu je velik poudarek pri razumevanju in uporabi matematičnih pojmov in dejstev, sklepanju in matematičnem komuniciranju, manj poudarkov pa je pri medpredmetnem povezovanju. Očitno je tudi, da različne kulture dajejo posameznim področjem različne poudarke.

Analiza nalog raziskave TIMSS 2003 in analiza učnega načrta za devetletno osnovno šolo pokažeta, da obstajajo nekatere razlike, če primerjamo vključenost vsebin, ki so bile testirane na raziskavi TIMSS 2003, z vsebinami v učnem načrtu po razredih oz. letih šolanja. V tem primeru so razlike tako po obsegu ur kot tudi dinamiki obravnave. Če pa primerjamo vsebino nalog in celotni učni načrt, pa razlik ni.

Potrebno pa je poudariti, da naš učni načrt ni primerljiv z učnimi načrti drugih držav po številu ur matematike. V večini držav po svetu imajo učenci vsak dan po eno uro matematike, v Sloveniji le v 3. in 4. razredu. Glede števila ur matematike v osnovni šoli je potrebno poudariti, da je z uvedbo devetletne osnovne šole učni načrt za matematiko pridobil le 70 ur več kot jih je imel učni načrt za osemletno osnovno šolo. Teh 70 ur se v devetletki v veliki meri nameni prvemu razredu, uvajanju mlajših otrok v šolo. Zato je tudi v bodoče potrebno upoštevati, da smo obseg programa osemletne osnovne šole »raztegnili« na devet let, nismo pa po obsegu pridobili ur za eno šolsko leto. To seveda pomeni, da v učnem načrtu za matematiko ni moglo priti do vidnejšega povečanja **obsega** vsebin. Tako se prvih pet razredov osemletne osnovne šole po obsegu snovi v veliki meri pokriva s prvimi šestimi razredi devetletne osnovne šole, šesti, sedmi in osmi razred osemletke pa s sedmim, osmim in devetim razredom devetletke. Zato v prihodnosti ne moremo pričakovati, da bodo bodoči učenci npr. osmega razreda devetletke po obsegu snovi obravnavali to, kot danes obravnava osmi razred osemletke. Vsebinski okvir se za devetletko ni spremenil, vsebine, ki so se do sedaj obravnavale v prvem letniku gimnazije, se tudi po spremembi kurikula leta 1998, obravnavajo v prvem letniku srednje šole. Seveda je učni načrt za matematiko sprejet na Strokovnem svetu leta 1998, smiselno in sistematično dal mesto vsem vrstam znanja: poznavanju, razumevanju, proceduralnim in problemskim znanjem ter uporabnosti matematike tudi na drugih področjih (vsebine iz obdelave podatkov, ure aktivnosti). Zelo poudarja razumevanje in problemska znanja, angažiranost učenca pri izgrajevanju znanja,

nekoliko manjši poudarek pa je na računskih spretnostih (manj urjenja,). Čeprav učenje, ki ni zgolj urjenje in reševanje nalog, temveč poglobljeno izgrajevanje znanja, zagotavlja kakovostnejše znanje, pa so učinki novih pristopov učenja in poučevanja običajno vidni nekoliko pozneje. S spremenjenim načinom dela deloma se spreminja tudi kultura učenja in poučevanja predmeta, od učenca in učitelja pa zahteva večjo angažiranost. Seveda pa zato potrebujemo strokovno usposobljene, samostojne in odgovorne učitelje. Tudi naši učitelji se usposabljaajo za poučevanje znanja, ki naj bi bilo kakovostno, trajno in uporabno. Zagotovo pa se pozitivni učinki sprememb v poučevanju ne morejo pokazati že v letu ali dveh.

Mejniki znanja

Usklajenost učnega načrta z nalogami TIMSS 2003 smo gledali tudi skozi procesne cilje, ki so najbolj vidno zapisani pri mejnikih znanj. Znanja posameznih mejnikov, določena na podlagi povprečnih dosežkov mednarodne raziskave TIMSS 2003, so v slovenskem učnem načrtu zapisana v operativnih ciljih, splošnih in specifičnih ciljih predmeta, didaktičnih priporočilih, problemskih znanjih, urah aktivnosti.

Tako v učnem načrtu pri splošnih in specifičnih ciljih predmeta lahko med drugim preberemo: »... analizirati, poiskati in brati podatke, izbrati ustrezne strategije,, kritično opredeliti veljavnost rešitev ..., ocenjevati rezultate, iskati vzorce, razgraditi kompleksne probleme na posamezne naloge, utemeljevati, oblikovati in preverjati hipoteze, posploševati ...«

V raziskavi TIMSS 2003 so bili učenci glede na svoje dosežke razvrščeni v percentilne ravni (25., 50., 75. in 90. percentil). Vsem nalogam, ki jih je pravilno rešila večina učencev posamezne percentilne ravni, so določili opise zahtevanega znanja, ki ga je moral učenec izkazati, da je nalogo rešil pravilno. Skupen nabor opisov znanj, ki so potrebna za pravilno rešitev tipičnih nalog določene percentilne ravni, sestavljajo opis znanj na ravni ustreznega mejnika. Znanja, ki opisujejo mejnike, po obsegu naraščajo od najnižjega do najvišjega mejnika. Učenci, ki so dosegli določen mejnik, so izkazali znanje tudi vseh nižjih mejnikov. Mejniki ne obsegajo vseh matematičnih znanj, ampak le tista, ki so bila preizkušena v TIMSS testih (Japelj B. in dr., 2004).

Najvišje ravni

- organizirati informacije,
- posploševati,
- reševati probleme, ki niso rutinski,
- na osnovi podatkov sklepati ter sklepe utemeljiti,
- izračunati odstotne spremembe pri reševanju problemov,
- uporabiti znanje števil, algebre in odnosov med spremenljivkami,
- rešiti sistem linearnih enačb,
- z matematičnimi izrazi opisati enostavne situacije,
- uporabiti svoje znanje merjenja in geometrije pri reševanju kompleksnih problemov,
- interpretirati podatke iz različnih tabel in prikazov,
- izkazati tudi znanje interpolacije in ekstrapolacije.

Visoke ravni

- uporabiti znanje v zelo različnih, relativno zahtevnih situacijah,
- računati, urediti in primerjati ulomke in decimalna števila ter jih uporabiti pri reševanju besedilnih nalog,
- računati z negativnimi števili in rešiti večstopenjske besedilne naloge, ki vključujejo razmerja med celimi števili,
- pri reševanju problemov uporabljati enostavne matematične izraze, poiskati njihove vrednosti, rešiti sisteme linearnih enačb in uporabiti izraze, da določijo vrednost spremenljivke,
- poiskati površino in prostornino enostavnih geometrijskih teles in uporabiti poznavanje geometrijskih lastnosti pri reševanju problemov.,
- rešiti naloge iz verjetnosti in interpretirati podatke iz različnih grafov in tabel.

Srednje ravni

- uporabiti osnovno matematično znanje v znanih situacijah,
- seštevati, odštevati in množiti in rešiti enostopenjski besedilni problem, ki vključujejo cela in decimalna števila,
- prepoznati predstavitve običajnih ulomkov in relativno velikost ulomkov,
- razumeti enostavne številske odnose in rešiti linearne enačbe z eno spremenljivko,
- izkazati razumevanje lastnosti trikotnika in osnovnih geometrijskih pojmov, vključno s simetrijo in vrtenjem,
- prepoznati osnovni zapis verjetnosti, brati in interpretirati grafe, tabele, zemljevide in merila.

Nižje ravni

Učenci imajo nekaj osnovnega matematičnega znanja. Mejniki nižje ravni ne vsebuje nalog iz algebre in geometrije.

Vsebinska in taksonomska struktura mejnikov znanj

(pri analizo smo upoštevali 99 javno dostopnih nalog)

Rezultati raziskave TIMSS 2003 sicer pokažejo, da v Sloveniji le trije odstotki učencev dosegajo najvišji mejnik znanja, vendar pa je potrebno upoštevati, da so bili testirani učenci, ki so imeli leto manj šolanja kot učenci drugih držav zajetih v raziskavo. Učenci »devetega razreda« (z osem let šolanja kot učenci ostalih držav) pa bi se s sedmimi odstotki učencev, ki dosegajo najvišji mejnik znanja, v mednarodni primerjavi uvrstili na 8. mesto, za državami Daljnega vzhoda, Estonijo in Madžarsko (Japelj B., 2003). Zato sama uvrstitev slovenskih učencev pri mejnikih znanja v tej raziskavi ni tako pomembna, pomembnejši so trendi znanja, kar je zlasti pomembno za načrtovalce kurikula oz. za strokovnjake, ki se ukvarjajo s poukom matematike. Sami mejniki znanja v prvi vrsti ne odražajo taksonomske ravni, temveč predvsem trende doseženega znanja testirane populacije. Zato smo pri analizi rezultatov želeli ugotoviti predvsem, katera znanja obvladajo naši učenci oz. koliko je takih učencev, ki določene vsebine oz. kognitivne ravni obvladajo. Tabele 17 do 23 prikazujejo razporeditev nalog pri mejnikih znanja glede na taksonomske ravni, za vsa vsebinska področja, ki so bila zajeta v raziskavo. Ob poznavanju podatka, da v Sloveniji dosega mejnik visoke ravni znanja 21 % učencev, lahko iz tabel 17 do 23 tudi za slovenske učence približno ocenimo, koliko učencev obvlada katera znanja. Npr.: iz navedenih tabel lahko vidimo, da je 21% slovenskih učencev, ki dosega mejnik visoke ravni, v povprečju rešilo 65% vseh nalog in sicer 71% nalog iz števil, 55% nalog o podatkih, 65% nalog iz merjenja, 54 % nalog iz algebre, 64% nalog iz geometrije. Pri kognitivnih področjih pa so rešili 71% nalog poznavanja, 71% nalog iz uporabe, 63% nalog pri reševanju problemov ter 55 % nalog, ki so bile na ravni sklepanja in utemeljevanja.

Potrebno je poudariti, da je bila uvrstitev naloge na posamezni mejnik odvisna od uspešnosti naloge na testu in ne od kognitivne zahtevnosti naloge. Kam se je posamezna naloga uvrstila, je odvisno od več dejavnikov. Na to ni vplivala samo zahtevnost, temveč tudi koliko se pri pouku poudarja določene vsebine, izkušnje z različnimi pristopi reševanja.

V nadaljevanju predstavljamo mednarodno razporeditev oz. deleže nalog po mejnikih znanj glede na taksonomske ravni za vsa vsebinska področja: števila, podatke, merjenje, algebro in geometrijo.

ŠTEVILA (31 nalog)

Tabela 17: Deleži in število nalog pri mejnikih znanj po taksonomskih ravneh za Števila

Mejniki znanja	Poznavanje pojmov	uporaba	Reševanje rutinskih problemov	Sklepanje in utemeljevanje	Št.nal. In %	Kumulativno % nalog
Najvišje ravni (625 točk)	4	2	3		9 (29%)	100%
Visoke ravni (550 točk)	3	4	8	2	17 (55%)	71%
Srednje ravni (475točk)	1	1	3		5 (16%)	16%
Nižje ravni (400 točk)						
Št.nal. in %	8 26%	7 23%	14 45%	2 6%	31 100%	

Večina nalog pri številih (45%) je reševanje problemov, skoraj tretjina (kar 29%) vseh nalog pa takih, ki jih obvlada le zgornja četrtina učencev oz. sodijo v najvišji mejnik znanja. Naloge najvišjega mejnika pokrivajo tako poznavanje pojmov, uporabo pojmov kot reševanje problemov in ne vsebujejo zgolj nalog višjih taksonomskih ravni, kar z drugimi besedami pomeni, da so tudi nekatera povsem osnovna znanja taka, ki jih ne obvlada večina učencev, četudi so na ravni prve taksonomske stopnje. Vsebinsko so to pretežno naloge o razmerjih, deležih in odstotkih. Učenci, ki so dosegli mejnik visoke ravni, pa so uspeli rešiti približno 71% nalog. Tudi tukaj so zastopane naloge vseh taksonomskih stopenj, uspešno so rešili precej nalog, ki sodijo med problemske naloge. Zelo malo nalog sodi v srednjo raven, kar z drugimi besedami pomeni, do so učenci, ki so dosegli 475 točk ali manj, v povprečju uspešno rešili največ 16 % nalog pri številih.

PODATKI (11 nalog)

Tabela:18: Deleži in število nalog pri mejnikih znanj po taksonomskih ravneh za Podatke

Mejniki znanja	Poznavanje pojmov	uporaba	Reševanje rutinskih problemov	Sklepanje in utemeljevanje	Št.nal. in %	Kumulativno % nalog
Nad najvišjo ravno (nad 625 točk)				2	2 (18%)	100%
Najvišje ravni (625 točk)			1	1	2 (18%)	82%
Visoke ravni (550 točk)			1	3	4 (37%)	64%
Srednje ravni (475točk)		1		1	2 (18%)	27%
Nižje ravni (400 točk)		1			1 (9%)	9%
Št.nal. in %		2 18%	2 18%	7 64%	11 100%	

Čeprav naloge pri podatkih zahtevajo najmanj formalne matematike, pa je pri teh nalogah največ nalog, kar 64% takih, ki zahtevajo sklepanje in utemeljevanje in nobene naloge, ki bi preverjala zgolj poznavanje, kar kaže, da je to področje, ki v veliki meri uporablja matematična in seveda tudi druga znanja. Znanje podatkov je »orodje« za reševanje kompleksnejših problemov.

Pri podatkih je 18% nalog, ki jih obvlada le zgornja četrtina učencev, 18% pa takih, ki sodijo nad najvišji mejnik in jih je rešilo zelo malo učencev. Učenci, ki so dosegli mejnik visoke ravni, pa so uspeli rešiti približno 55% vseh nalog. Od 11 nalog so samo tri naloge take, ki sodijo v srednji mejnik znanja, vse ostale pa so v visokem, najvišjem ali celo nad najvišjim mejnikom. Če pogledamo naloge srednje ravni, preverjajo poznavanje in uporabo aritmetične sredine, krožnega in stolpčnega diagrama in so predvsem enostopenjski besedilni problemi. Naloge, ki sodijo v visoki ali najvišji mejnik znanja, pa zahtevajo interpretacijo podatkov, branje krivuljnega diagrama, znanje verjetnosti, reševanje kompleksnejših problemov.

MERJENJE (17 nalog)

Tabela 19: Deleži in število nalog pri mejnikih znanj po taksonomskih ravneh za Merjenje

Mejniki znanja	Poznavanje pojmov	uporaba	Reševanje rutinskih problemov	Sklepanje in utemeljevanje	Št.nal. in %	Kumulativno %nalog
----------------	-------------------	---------	-------------------------------	----------------------------	--------------	--------------------

Najvišje ravni (625 točk)	2		2	2	6 (35%)	100%
Visoke ravni (550 točk)	3	2	3		8 (47%)	65%
Srednje ravni (475točk)	1		1		2 (12%)	18%
Nižje ravni (400 točk)	1				1 (6%)	6%
Št.nal. in %	7 41%	2 12 %	6 35%	2 12 %	17 100%	

V nasprotju s številu, kjer je bilo največ nalog na višjih taksonomskih stopnjah, je pri merjenju največ nalog pri poznavanju pojmov, kar 41%.

Vendar pa so naloge, ki so uvrščene v najvišji mejnik znanja, enakomerno razporejene po vseh taksonomskih stopnjah, teh nalog je šest ali 35 %. Učenci, ki so dosegli mejnik visoke ravni, so uspeli rešiti približno 65% vseh nalog s področja merjenja, če pa so dosegli mejnik srednje ravni, pa le 18%. Sicer pa lahko ugotovimo tudi, da so naloge pri najvišjem in tudi visokem mejniku znanja precej enakomerno razporejene po vseh taksonomskih ravneh, kar z drugimi besedami pomeni, da mejnikov znanja ne moremo enačiti s taksonomskimi stopnjami, kažejo pa trende matematičnega znanja nekega kulturnega okolja.

ALGEBRA (24 nalog)

Tabela 20: *Deleži in število nalog pri mejnikih znanj po taksonomskih ravneh za Algebro*

Mejniki znanja	Poznavanje pojmov	uporaba	Reševanje rutinskih problemov	Sklepanje in utemeljevanje	Št. nal. in %	Kumulativno % nalog
Najvišje ravni (625 točk)		3	5	3	11 (46%)	100%
Visoke ravni (550 točk)	4	1	1	3	9 (37%)	54%
Srednje ravni (475točk)	1	1	1	1	4 (17%)	17%
Nižje ravni (400 točk)						
Št.nal. in %	5 20%	5 (20%)	7 30 %	7 30 %	24 100%	

Pri algebri izrazito ne izstopa nobena taksonomska stopnja, saj so vse taksonomske stopnje razporejen precej enakomerno.

Če primerjamo vseh pet vsebinskih področij zajetih v raziskavo, je največji odstotek nalog, ki sodijo v najvišji mejnik, pri algebri. Kar 46% nalog pri algebri je takih, ki jih obvladajo le učenci, ki so se uvrstili v skupino, ki dosegajo najvišji mejnik znanja. Vsebinsko so to pretežno naloge, ki preverjajo reševanje in uporabo enačb, formul ter operiranje z algebrainimi izrazi. Učenci, ki so dosegli znanje visoke ravni, so rešili vse naloge poznavanja pojmov ter manjši odstotek nalog višjih taksonomskih stopenj. Od 24 nalog, s področja algebre, so le 4 naloge take, ki sodijo v srednji mejnik, ostale so v visokem ali najvišjem mejniku. Večina učencev, ki dosegajo znanja nižje ravni, v povprečju niso uspeli rešiti nobene naloge iz algebre.

GEOMETRIJA (16 nalog)

Tabela 21: Deleži in število nalog pri mejnikih znanj po taksonomskih ravneh za Geometrijo

Mejniki znanja	Poznavanje pojmov	uporaba	Reševanje rutinskih problemov	Sklepanje in utemeljevanje	Št.nal. in %	Kumulativno % nalog
Nad najvišjo rav. (nad 625 t)				1	1 (6%)	100%
Najvišje ravni (625 točk)	1	1	1	1	4 (25%)	94%
Visoke ravni (550 točk)	1	2	2	1	6 (38%)	69%
Srednje ravni (475točk)	2	2		1	5 (31%)	31%
Nižje ravni (400 točk)						
Št.nal. in %	4 25%	5 31,25%	3 18,75%	4 25%	16 100%	

Tudi pri geometriji, tako kot pri algebri, ne izstopa nobena taksonomska stopnja. Delež geometrijskih nalog, ki so jih rešili le učenci, ki dosegajo najvišji mejnik znanja, je 25%. Učenci, ki dosegajo mejnik visoke ravni znanja, so rešili približno 68% vseh nalog. Od 16 nalog, je pri geometriji 5 nalog ali 31% takih, ki sodijo v srednji mejnik, ostale so v visokem ali najvišjem mejniku. Večina učencev, ki dosegajo mejnik nižje ravni znanja, v povprečju niso uspeli rešiti nobene naloge iz geometrije.

Tabela 22: Deleži nalog pri mejnikih znanj po vsebinskih področjih

Mejniki znanja	števila	algebra	geometrija	merjenje	podatki	Št.nal. in %	Kumulativno % nalog
Nad najvišjo ravno (nad 625 točk)			1 6,2%		2 18,2%	3 3,1%	100%
Najvišje ravni (625 točk)	29%	46%	25%	35%	18,2%	32,3 32%	96,9
Visoke ravni (550 točk)	55%	37%	37,5%	47%	36,3%	44 44,4%	64,6
Srednje ravni (475točk)	16%	17%	31%	12%	18,2%	18 18,2%	20,2%
Nižje ravni (400 točk)				6%	9,1%	2 2%	2%
Št. nalog in %	100%	100%	100%	100%	100%	99 100%	

Če pogledamo razporeditev nalog najvišje ravni po vsebinskih področjih, lahko opazimo, da je največ nalog, ki jih reši le zgornja četrtina učencev, pri algebri. Algebra je očitno najzahtevnejše področje za osnovnošolce. In ker se večji del teh vsebin poglobljeno obravnava šele v zadnjem razredu, je tu tudi eden od vzrokov, zakaj je tako malo slovenskih učencev doseglo najvišji mejnik, saj so imeli leto manj šolanja. Pri tem je potrebno poudariti, da se kognitivne sposobnosti za usvajanje algebraičnih znanj pomembno razvijejo šele v starosti od 12. do 15. leta (Žakelj, 2004) in seveda pri nekaterih učencih šele ob prehodu v srednjo šolo. Naloge, ki preverjajo uporabo spremenljivke, so primernejše za zadnji razred

osnovne šole oz. za starostno obdobje od 14. do 15. leta (Žakelj, 2004), v katerem je večina ostalih učencev zajetih v raziskavo tudi bila. Delo z vzorci, predvsem pa sposobnost posploševanja, so znanja, ki si jih na eni strani pridobimo s kognitivnim razvojem in preverjajo tudi določeno stopnjo matematične zrelosti učencev, na drugi strani pa so pogojena tudi s kulturo pouka matematike, s tradicijo poučevanja in poudarkih v šolski praksi. Glede na to, da so bili naši učenci eno leto mlajši od učencev ostalih držav, so imeli primankljaj tako glede let šolanja, kot tudi na področju kognitivne zrelosti, ki ima zlasti pri algebri največji vpliv Vsebine, ki jih obvlada največji del učencev, pa so s področja merjenja oz. podatkov - to so vsebine, ki jih lažje kot npr. algebro, ponazorimo s konkretnimi primeri. Sledi področje števil in geometrije in nazadnje, kot rečeno, algebra.

Tabela 23: Delež nalog pri mejnikih znanj po taksonomskih stopnjah

Mejniki znanja	Poznavanje pojmov	uporaba	Reševanje rutinskih problemov	Sklepanje in utemeljevanje	Št. nalog in %	Kumulativno % nalog
Nad najvišjo ravno (nad 625 točk)				14%	3 3,1%	100%
Najvišje ravni (625 točk)	29%	29%	37%	32%	32,3 32%	96,9
Visoke ravni (550 točk)	46%	43%	47%	41%	44 44;4%	64,6
Srednje ravni (475 točk)	21%	24%	16%	14%	18 18,2%	20,2%
Nižje ravni (400 točk)	4%	5%			2 2%	2%
Št. nalog in %	100%	100%	100%	100%	99 100%	

Če pogledamo razporeditev nalog najvišje ravni po kognitivnih področjih, lahko opazimo, da je največji odstotek nalog, ki jih reši le zgornja četrtina učencev pri nalogah, ki pokrivajo reševanje problemov, čeprav so tudi deleži nalog pri ostalih področjih zelo blizu deležu pri problemih (od 29% do 37%). Učenci, ki so dosegli visok mejnik znanja, pa so v povprečju rešili 65% vseh nalog, ki so precej enakomerno razporejene po vseh taksonomskih stopnjah. Izstopajo le najnižji mejnik, pri katerem je večina učencev rešilo predvsem naloge poznavanja in uporabe.

Za zgled v nadaljevanju predstavljamo za vsak mejnik znanja, po dve nalogi. Primerjali smo uspešnost slovenskih učencev pri teh dveh nalogah, z uspešnostjo držav, ko so se na mednarodni lestvici uvrstili od 6. do 10. mesta in so nam geografsko in kulturno najbolj sorodne. To so države: Belgija, Nizozemska, Madžarska, Estonija, Slovaška.

Mejnik najvišje ravni

1. PODATKI (TELEFONSKI PRIKLJUČKI)

Vsebina je vključena v učni načrt devetletke pri obdelavi podatkov, urah aktivnosti

Cilji v učnem načrtu: interpretirati podatke v tabeli, oblikovati zaključke.

Standardi znanja v učnem načrtu: kritično razmišlja o podatkih.

Naloga

Beti, Matej in Darja so se ravnokar preselili v Zelandijo. Vsak od njih potrebuje telefonski priključek. Od telefonskega podjetja so dobili naslednje podatke o dveh različnih telefonskih

priključkih, ki jih ponuja podjetje. Vsak mesec morajo plačati mesečno naročnino ter minute pogovora. Cena minute pogovora je odvisna od časa, ko telefonirajo ter od tega, za kateri priključek so se odločili. Oba priključka nudita tudi pogovore zastonj. Podrobnosti o obeh priključkih so prikazane spodaj.

Priključek	Mesečna naročnina	Cena za minuto		Brezplačne minute na mesec
		Dan 8.00-16.00	Noč 16.00-8.00	
Priključek A	20 zedov	3 zede	1 zed	180
Priključek B	15 zedov	2 zeda	2 zeda	120

Beti govori manj kot 2 uri na mesec. Kateri priključek bi bil zanjo najcenejši?

Najcenejši priključek _____

Razloži svoj odgovor glede mesečne naročnine in brezplačnih minut.

Kognitivno področje: sklepanje in utemeljevanje

Poglavje: interpretacija podatkov

Uspešnost: slo: 27,5%↑ vsi: 21,75%

2. ALGEBRA - VZORCI

Cilji v učnem načrtu: opisati velikostni odnos med številom in njegovim večkratnikom (zaporedja; neenačbe); izraziti eno spremenljivko z drugo (npr. pri obrazcih).

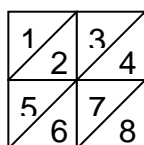
Standardi znanja v učnem načrtu: računa vrednost izraza, tabelira preproste izraze; opiše odvisnost dveh količin; poenostavi preproste izraze s spremenljivkami.

Naloga

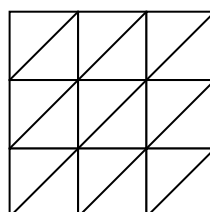
Spodnji trije liki so razdeljeni v majhne med seboj skladne trikotnike.



Lik 1



Lik 2



A Dopolni spodnjo tabelo. Najprej vpiši, koliko majhnih trikotnikov vsebuje Lik 3. Nato poišči število majhnih trikotnikov, ki bi jih potreboval za Lik 4, če bi se zaporedje likov nadaljevalo.

lik	Število majhnih trikotnikov
1	2
2	8
3	
4	

B Zaporedje likov nadaljujemo do 7. lika. Koliko majhnih trikotnikov bo potrebnih za Lik 7?

C Zaporedje likov nadaljujemo do 50. lika. Opiši pot, po kateri bi določil število majhnih trikotnikov v 50. liku, ne da bi narisal in preštel trikotnike.

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov, sklepanje in utemeljevanje

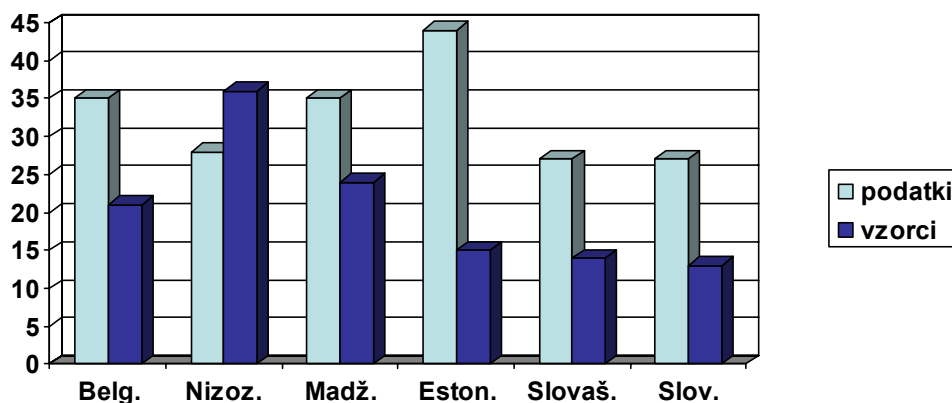
Uspešnost:

A	slo: 40,6%	vsi: 36,9%
B	slo: 22 %	vsi: 22 %
C	slo: 13 %	vsi: 16 %

Tabela 24: Deleži pravih odgovorov za države od 6. do 10. mesta in za Slovenijo

	podatki naloga A med. pov. 21	vzorci naloga C med. pov. 14
Belgija	35	21
Nizozemska	28	36
Madžarska	35	24
Estonija	44	15
Slovaška	27	14
Slovenija	27 ↑	13

Diagram 10: Deleži pravih odgovorov za države od 6. do 10. mesta in za Slovenijo za nalogi Podatki in Vzorci



Tudi države, ki so se na mednarodni lestvici uvrstile visoko, od 6. do 10. mesta, pri danih dveh nalogah ne beležijo bistveno boljših rezultatov kot Slovenija. Pri nalogi o podatkih izstopa Estonija, pri algebrici pa Nizozemska. Slovenija je po uspehu pri podatkih primerljiva s Slovaško in Nizozemsko, pri algebrici pa z Estonijo in Slovaško. Naloge vezane na podatke in interpretacijo podatkov se v naši šolski praksi vedno bolj uveljavljajo, tako da to niso povsem nove situacije za učence. Branje in urejanje podatkov je že precej uspešno, veliko težav pa je še pri interpretaciji rezultatov. Tudi naloge, ki zahtevajo induktivni pristop reševanja, npr. dana naloga o vzorcih, se poudarjeno obravnavajo le v devetletki, ki pa se šele uveljavlja.

Mejniki visoke ravni**1. ŠTEVILA: ulomki in decimalna števila**

Cilji v učnem načrtu: rešiti enostopenjski besedilni problem, deliti celo št. z ulomkom.

Standardi znanja v učnem načrtu: računa z ulomki, reši preproste besedilne naloge, kjer (lahko) uporabi tudi sklepni račun.

Naloga

V zajemalko gre $1/5$ kg moke. S koliko zajemalkami moke bi napolnili vrečo za 6 kg moke?

Kognitivno področje: poznavanje dejstev in postopkov

Uspešnost: slo: 45% vsi: 39%

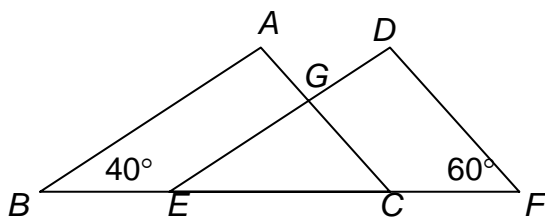
2. GEOMETRIJA: liki in telesa

Cilji v učnem načrtu: uporabiti lastnosti skladnih trikotnikov, izračunati velikost kotov v trikotniku.

Standardi znanja v učnem načrtu: Glede na dane podatke izračuna kote trikotnika. Uporablja geometrijske pojme vzporednost, pravokotnost, skladnost.

Naloga

Na spodnji sliki sta trikotnika ABC in DEF skladna in $BC = EF$. Koliko meri kot EGC ?



A 20° B 40° C 60°

D 80° E 100°

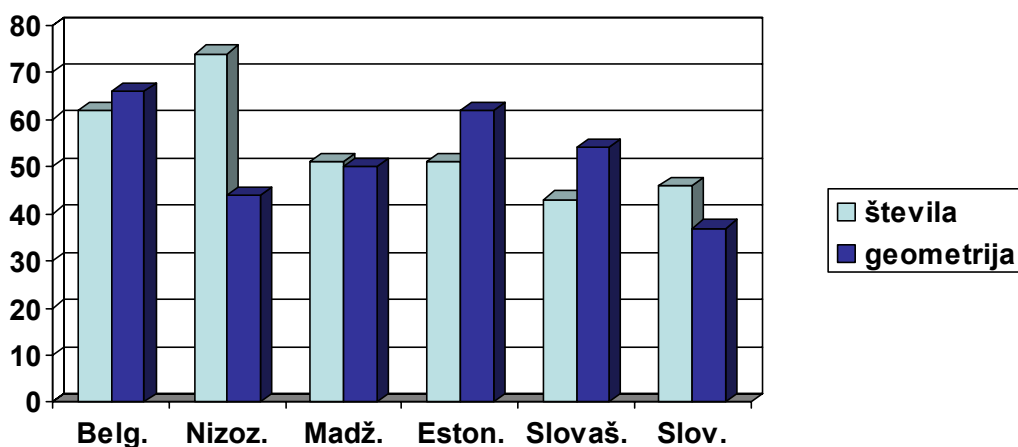
Kognitivno področje: reševanje rutinskih

Uspešnost: slo: 37% ↓ vsi: 46%

Tabela 25: Deleži pravilnih odgovorov za države od 6. do 10. mesta in za Slovenijo

	števila <u>med. pov. 38</u>	Geometrija <u>med. pov.46</u>
Belgija	62	66
Nizozemska	74	44
Madžarska	51	50
Estonija	51	62
Slovaška	43	54
Slovenija	46 ↑	37 ↓

Diagram 11: Deleži pravilnih odgovorov za države od 6. do 10. mesta in za Slovenijo za nalogi Števila in Geometrija



Tudi pri nalogi o številih smo precej primerljivi s Slovaško, bili smo nad mednarodnim povprečjem, vendar pa precej za Belgijo in Nizozemsko. Uspešnost naloge iz geometrije je bila pod mednarodnim povprečjem. Tudi sicer rezultati kažejo, da je geometrija eno od bolj zapostavljenih področij matematičnih vsebin v naši šolski praksi. Zanimivo je, da pri državah, ki so se uvrstile na prvih pet mest na mednarodni lestvici velja (to so države Daljnega Vzhoda), da so vse najuspešnejše pri geometriji, medtem ko za evropske države ne prevladuje izrazito eno področje.

Mejnik srednje ravni

1. ŠTEVILA: ulomki in decimalna števila

Cilji v učnem načrtu: rešiti besedilni problem z uporabo decimalnih števil.

Standardi znanja v učnem načrtu: Računa z decimalnimi števili in rezultat oceni. S (sklepanjem) reši preproste besedilne naloge.

Naloga

Na tekmovanju je Anja pretekla progo v 49,86 sekundah. Beti je pretekla progo v 52,30 sekundah. Koliko časa več je porabila Beti kot Anja?

- A 2,44 sekunde B 2,54 sekunde
C 3,56 sekunde D 3,76 sekunde

Kognitivno področje: reševanje rutinskih problemov

Uspešnost: slo: 73 % vsi: 61%

2. ALGEBRA: enačbe in formule, reševanje enačb

Vključenost v učni načrt devetletne osnovne šole

Cilji v UN: razširiti ulomek z danim številom ali razširiti ulomek na zahtevani imenovalcec oz. števec; krajšati ulomek z danim številom; okrajšati ulomek;
Standardi znanja v UN: ulomke razširja in krajša.

Naloga

Če je $12/n = 36/21$, potem je n enak

A 3 B 7 C 36 D 63

Kognitivno področje: poznavanje dejstev in postopkov

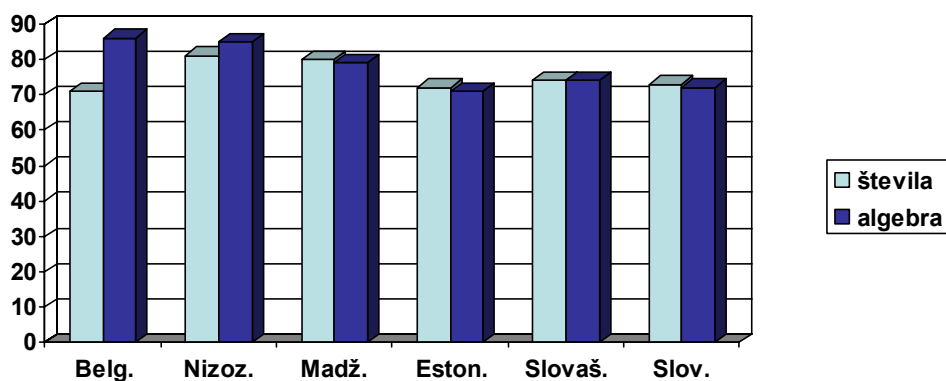
Uspešnost: slo: 71,9 vsi: 65,7%

Tabela 26: Deleži pravilnih odgovorov za države od 6. do 10. mesta in za Slovenijo

	števila Med .pov. 61	algebra med. pov. 65
Belgija	71	86
Nizozemska	81	85
Madžarska	80	79
Estonija	72	71
Slovaška	74	74
Slovenija	73 ↑	72 ↑

Pr nalogah, ki pokrivajo srednjo raven, lahko ugotovimo, da vse države in tudi Slovenija, dosegajo visoke rezultate, tu smo zelo primerljivi z omenjenimi državami.

Diagram 12: Deleži pravilnih odgovorov za države od 6. do 10. mesta in za Slovenijo za nalogi Števila in Algebra



Iz opisa znanj pri posameznih mejnikih, vsebinske in taksonomske analize nalog, ki so bile vključene v raziskavo TIMSS 2003 ter iz analize učnega načrta za devetletno osnovno šolo lahko ugotovimo, da celotni učni načrt za devetletno osnovno šolo pokriva tako vsebinske in procesne cilje nalog, ki so bile testirane na mednarodni raziskavi TIMSS 2003.

Zaključek

V povprečju pol leta mlajši in z letom manj šolanja kot učenci ostalih držav zajetih v raziskavo, so bili slovenski učenci starejše populacije na 25. mestu od 50 držav in šolskih sistemov. Dosežki so statistično pomembno višji od mednarodnega povprečja.

Če bi upoštevali 9. razred, ki je po letih šolanja primerljiv z ostalimi državami (raziskava je bila narejena le za nacionalne potrebe), pa bi se uvrstili na 12. mesto od 50 držav in šolskih sistemov. Rezultati raziskave TIMSS 2003 sicer pokažejo, da v Sloveniji le trije odstotki učencev dosegajo najvišji mejnik znanja, vendar pa je potrebno upoštevati, da so bili testirani učenci, ki so imeli leto manj šolanja kot učenci drugih držav zajetih v raziskavo. Učenci »devetega razreda« (po letih šolanja edini primerljivi z učenci ostalih držav zajetih v raziskavo) pa bi se s 7% učencev, ki dosegajo najvišji mejnik znanja, v mednarodni primerjavi uvrstili na 8. mesto, za državami Daljnega vzhoda, Estonijo in Madžarsko (Japelj B., 2003).

Nadalje je za pravilno razumevanje rezultatov mednarodne raziskave TIMSS 2003 potrebno upoštevati, da zaradi prehodnega obdobja, ko so učenci prehajali iz osemletne v devetletno osnovno šolo (iz 5. razreda osemletke v sedmi razred devetletke) in tudi zaradi izbire vzorca, ki je bil uporabljen v raziskavi TIMSS 2003, rezultati za starejšo populacijo še ne kažejo stanja devetletne osnovne šole, niti ne primerljivosti dveh šolskih sistemov (v času testiranja je le manjše število šol izvajalo prilagojeni program devetletne osnovne šole v tretjem triletju, "8. razred devetletke se je izobraževal" po prilagojenem programu).

In kaj lahko zaključimo o primerljivosti učnega načrta za devetletno osnovno šolo pri matematiki z učnimi načrti drugih držav?

Iz opisa znanj pri posameznih mejnikih, vsebinske in taksonomske analize nalog, ki so bile vključene v raziskavo TIMSS 2003 ter iz analize učnega načrta za devetletno osnovno šolo lahko ugotovimo, da celotni učni načrt za devetletno osnovno šolo pokriva tako vsebinske kot tudi procesne cilje nalog, ki so bile testirane na mednarodni raziskavi TIMSS 2003.

Pregled stopnje pomembnosti področij, ki jih posamezna država nameni določenim veččinam pokaže, da je slovenski učni načrt po poudarkih, ki jih nameni obvladovanju temeljnih matematičnih znanj, razumevanju matematičnih pojmov in dejstev, uporabi matematike v realističnih situacijah, matematičnemu sklepanju, matematičnemu komuniciranju, medpredmetnemu povezovanju, precej primerljiv tudi z učnimi načrti drugih držav: npr. Belgije, Nizozemske, Madžarske, Estonije, Slovaške.

Vendar pa analiza rezultatov naših učencev pri testiranih vsebinah pokaže, da učni načrt vpliva na uspešnost učencev le do neke mere. Standardi, zapisani v nacionalnih kurikulumih še ne zagotavljajo avtomatično uspešnosti pri mednarodnih raziskavah. Kljub temu, da v učnem načrtu najdemo standarde praktično za vse naloge, ki pokrivajo omenjene vsebine, pa so bili učenci pri nekaterih nalogah neuspešni. Razlogov za to je verjetno več. Poleg vzrokov, ki so bili v javnosti že predstavljeni (naši učenci so imeli leto manj šolanja, v povprečju so bili leto mlajši, testirani so bili v »8.razredu« devetletke in so zato imeli prilagojeni program, zaradi leta manj šolanja nekaterih vsebin še niso obravnavali), sta pomembna dejavnika tudi realizacija in raven doseženih ciljev oz. standardov, ki sta precej povezana tudi s tradicijo učenja in poučevanja. Cilji in standardi vključujejo široko paleto znanj. Znotraj posameznega standarda je mogoče oblikovati naloge na različnih taksonomskih stopnjah. Do standardov znanja znotraj učnega procesa vodi več poti. Tako je pristop učenja in poučevanja lahko naravnano na usvajanje ožjih vsebinskih področij, pri čemer je samo učenje lahko tudi zelo poglobljeno, na visoki zahtevnostni ravni, ali pa je učenje in poučevanje usmerjeno širše, v povezovanje znanja znotraj matematike in med predmeti, v osmišljanje in uporabnost znanja, ki je pogosto podprto z aplikativnimi primeri. Če je pouk usmerjen v ozko razumevanje standardov, v posamezna vsebinska področja in ima veliko vlogo tradicija in uveljavljen način učenja in poučevanja, se pogosto zgodi, da učenci z določenimi tipi nalog, novejšimi trendi, nimajo veliko izkušenj, čeprav se o sami vsebini v šoli učijo. Sama struktura naloge, neznan tip naloge, nekoliko drugačna formulacija, jih bo zmedla in bodo neuspešni, čeprav samo vsebino načelom poznajo in jo obvladajo v »znanem okolju«. Analizirati, poiskati in brati podatke, izbrati ustrezne strategije, kritično opredeliti veljavnost rešitev, ocenjevati rezultate, iskati vzorce, razgraditi kompleksne probleme na posamezne naloge, utemeljevati, oblikovati in preverjati hipoteze, posploševati itd., so splošnejša znanja, ki se jih lahko učimo ves čas, pri večini matematičnih vsebin in tudi pri drugih predmetih, so pa tudi del tradicije in okolja. V učnem načrtu matematike ta znanja najdemo pri splošnih in specifičnih ciljnih predmeta ter pri didaktičnih priporočilih. Prav splošni in specifični cilji predmeta zapisani v učnem načrtu devetletke, učenje in poučevanje pri matematiki usmerjajo v neparcialno učenje le ožjih matematičnih vsebin, temveč tudi v povezovanje znanja znotraj matematike in med predmeti.

Zavedati se je potrebno, da pri uvajanju novosti uspeh ali neuspeh učencev pri določeni vsebini ali področju lahko pripišemo na eni strani zahtevnosti področja in kognitivni zrelosti učencev za obravnavano vsebino, predznanju, na drugi strani pa tudi tradiciji, ki jo ima določeno kulturno okolje. Tu mislimo na pristope učenja in poučevanja (dril, urjenje ali reševanje odprtih problemov, raziskovanje) na eni strani, na drugi strani pa, katerim matematičnim znanjem nameni kurikulum (tudi realni) večji poudarek (formalni matematiki ali uporabnosti matematike, uvidu v smiselnost učenja različnih matematičnih vsebin). Izkušnje, reševanje odprtih problemov, raziskovanje in utemeljevanje rezultatov pomagajo izgrajevati matematično znanje. Pomembno je, da učenje ni usmerjeno le na posamezno vsebino, temveč da se smiselno povezujejo vsebine znotraj predmeta in med predmeti.

Tudi vpogled v kakovost in kvaliteto domačega dela, zahtevnost preverjanja in ocenjevanja znanja, tudi z vidika mednarodne primerljivosti, so pomembni podatki za načrtovalce kurikula.

Literatura in viri

1. B. Japelj Pavešić, B. N. Brečko, M. Čuček, M. Vidmar (2004). TIMSS 2003 – Mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Povzetek izsledkov. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
2. I. V. S. Mullis, M. O. Martin, E. J. Gonzalez, S. J. Chrostowski (2004). TIMSS 2003 International Mathematics Report. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center. Lynch School of Education.
3. M. Šetinc, B. Japelj Pavešić, M. Štraus (1997). Znanje za vstop v 21. stoletje. Matematika in naravoslovje: primerjava dosežkov učencev sedmih in osmih razredov v 45 državah. Ljubljana: Center IEA raziskave, Pedagoški inštitut.
4. TIMSS 2003 Mathematics Items – Released Set Fourth Grade (2004). Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center. Lynch School of Education.
5. Plut, Pregelj L. (2005). Sodobna šola ostaja šola: kaj pa se je spremenilo. Sodobna pedagogika, letnik 56(122) . Ljubljana: ZDPDS.
6. Senekovič J. (2005). Usklajenost nalog matematičnega dela raziskave TIMSS 2003 s cilji in vsebinami v učnem načrtu za matematike (delovno gradivo). Ljubljana. ZRSŠ.
7. Učni načrt za matematiko (1998). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport.
8. Žakelj, A. (2004). Procesno-didaktični pristop in razumevanje matematičnih pojmov v osnovni šoli: doktorska disertacija. Ljubljana: Univerza V Ljubljani, Filozofska fakulteta. Oddelek za psihologijo.